Américo Junior Nunes da Silva
(Organizador)

Investigação científica em *matemática* e suas aplicações 2

Ano 2022

Américo Junior Nunes da Silva
(Organizador)

Investigação científica em *matemática* e suas aplicações 2

Ano 2022

Editora chefe
Profª Drª Antonella Carvalho de Oliveira
Editora executiva
Natalia Oliveira
Assistente editorial
Flávia Roberta Barão
Bibliotecária
Janaina Ramos
Projeto gráfico
Bruno Oliveira
Camila Alves de Cremo
Daphynny Pamplona
Luiza Alves Batista
Natália Sandrini de Azevedo
Imagens da capa
iStock
Edição de arte
Luiza Alves Batista

CIÊNCIAS
EXATAS E
DA TERRA E
ENGENHARIAS

Atena
Editora
Ano 2022

Investigação científica em matemática e suas aplicações 2

Diagramação: Camila Alves de Cremo
Correção: Mariane Aparecida Freitas
Indexação: Amanda Kelly da Costa Veiga
Revisão: Os autores
Organizador: Américo Junior Nunes da Silva

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

I62 Investigação científica em matemática e suas aplicações 2 / Organizador Américo Junior Nunes da Silva. – Ponta Grossa - PR: Atena, 2022.

Formato: PDF
Requisitos de sistema: Adobe Acrobat Reader
Modo de acesso: World Wide Web
Inclui bibliografia
ISBN 978-65-258-0394-4
DOI: https://doi.org/10.22533/at.ed.944223008

1. Matemática. I. Silva, Américo Junior Nunes da (Organizador). II. Título.

CDD 510

Elaborado por Bibliotecária Janaina Ramos – CRB-8/9166

Atena Editora
Ponta Grossa – Paraná – Brasil
Telefone: +55 (42) 3323-5493
www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br

DECLARAÇÃO DOS AUTORES

Os autores desta obra: 1. Atestam não possuir qualquer interesse comercial que constitua um conflito de interesses em relação ao artigo científico publicado; 2. Declaram que participaram ativamente da construção dos respectivos manuscritos, preferencialmente na: a) Concepção do estudo, e/ou aquisição de dados, e/ou análise e interpretação de dados; b) Elaboração do artigo ou revisão com vistas a tornar o material intelectualmente relevante; c) Aprovação final do manuscrito para submissão.; 3. Certificam que os artigos científicos publicados estão completamente isentos de dados e/ou resultados fraudulentos; 4. Confirmam a citação e a referência correta de todos os dados e de interpretações de dados de outras pesquisas; 5. Reconhecem terem informado todas as fontes de financiamento recebidas para a consecução da pesquisa; 6. Autorizam a edição da obra, que incluem os registros de ficha catalográfica, ISBN, DOI e demais indexadores, projeto visual e criação de capa, diagramação de miolo, assim como lançamento e divulgação da mesma conforme critérios da Atena Editora.

DECLARAÇÃO DA EDITORA

A Atena Editora declara, para os devidos fins de direito, que: 1. A presente publicação constitui apenas transferência temporária dos direitos autorais, direito sobre a publicação, inclusive não constitui responsabilidade solidária na criação dos manuscritos publicados, nos termos previstos na Lei sobre direitos autorais (Lei 9610/98), no art. 184 do Código Penal e no art. 927 do Código Civil; 2. Autoriza e incentiva os autores a assinarem contratos com repositórios institucionais, com fins exclusivos de divulgação da obra, desde que com o devido reconhecimento de autoria e edição e sem qualquer finalidade comercial; 3. Todos os e-book são *open access, desta forma* não os comercializa em seu site, sites parceiros, plataformas de *e-commerce,* ou qualquer outro meio virtual ou físico, portanto, está isenta de repasses de direitos autorais aos autores; 4. Todos os membros do conselho editorial são doutores e vinculados a instituições de ensino superior públicas, conforme recomendação da CAPES para obtenção do Qualis livro; 5. Não cede, comercializa ou autoriza a utilização dos nomes e e-mails dos autores, bem como nenhum outro dado dos mesmos, para qualquer finalidade que não o escopo da divulgação desta obra.

APRESENTAÇÃO

A realidade do país e as diferentes problemáticas evidenciadas ao longo dos anos têm demandado questões muito particulares e mobilizado pesquisadores em busca de respostas a inúmeras inquietudes. É inegável que a pesquisa científica se constitui como importante mecanismo na busca dessas respostas e no melhorar a vida das pessoas e, nesse ínterim, a Matemática ocupa um lugar importante.

É neste sentido que o livro "***Investigação Científica em Matemática e suas Aplicações 2***" nasceu: como forma de permitir que as diferentes experiências de pesquisadores vinculados a Matemática e Educação Matemática sejam apresentadas e constituam-se enquanto canal de formação para outros sujeitos. Reunimos aqui trabalhos de pesquisa e relatos de experiências de diferentes práticas que surgiram no interior da universidade e escola, por estudantes e professores/as pesquisadores/as de diferentes instituições do Brasil e de outros países.

O fazer Matemática vai muito além de aplicar fórmulas e regras. Existe uma dinâmica em sua construção que precisa ser percebida. Importante, nos processos de ensino e aprendizagem dessa ciência, priorizar e não perder de vista o prazer da descoberta, algo peculiar e importante no processo de matematizar. Isso, a que nos referimos anteriormente, configura-se como um dos principais desafios do educador matemático; e sobre isso abordaremos também nessa obra.

Esperamos que este livro, da forma como o organizamos, desperte nos leitores provocações, inquietações, reflexões e o (re)pensar da própria prática docente, para quem já é docente, e das trajetórias de suas formações iniciais para quem encontra-se matriculado em algum curso superior. Que, após essa leitura, possamos olhar para a sala de aula e para a Matemática com outros olhos, contribuindo de forma mais significativa com todo o processo educativo. Desejo, portanto, uma ótima leitura.

Américo Junior Nunes da Silva

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

O ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO DO CAMPO: PERSPECTIVAS PARA A INTERAÇÃO PROFESSOR-ALUNO

Data de aceite: 01/08/2022

Jonatan Miotto
Mestrando do PPGE/UFMT - Programa de Pós Graduação em Educação/Universidade Federal do Estado de Mato Grosso
Cuiabá/MT/Brasil
http://lattes.cnpq.br/1383349697814253

Gladys Denise Wielewski
UFMT – Universidade Federal do Estado de Mato Grosso, Cuiabá/MT/Brasil. Pró-reitoria de Ensino e Graduação, Departamento de Matemática
http://lattes.cnpq.br/4154014326253864

RESUMO: O presente capítulo tem como objetivo discutir o ensino de Matemática com foco na Educação do Campo, ressaltando a importância da interação professor-aluno. A Educação do Campo é uma nova perspectiva de educação, baseada em uma modalidade específica para a realidade dos moradores desse ambiente. Essa nova modalidade de educação encontra algumas dificuldades, como, por exemplo, o processo de atendimento efetivo levando em consideração as necessidades dessa população. Iniciaram-se, recentemente, as primeiras escolas do campo, pioneiras que servirão como base para apontamentos de falhas e que incentivam o almejo por melhorias como todo projeto inicial, como também, trarão muitos benefícios que refletirão num melhor aproveitamento do ensino. Discutir o ensino da disciplina de Matemática na Educação do Campo visa mostrar que as mais variadas disciplinas podem ser trabalhadas aproveitando o ambiente campestre; pois o local propõe um ambiente mais tranquilo e espaçoso onde se pode trabalhar de maneira diferenciada com atividades que podem colocar em prática o que se aprende em sala de aula. A Matemática é de fundamental importância, pois é um dos conhecimentos recorrentes que se exige do indivíduo durante toda a sua vida. Desde os cálculos mais simples até grandes deduções matemáticas, a disciplina se faz presente em todos os momentos do cotidiano das pessoas: nas porcentagens, nos preços de produtos de supermercado, no momento do cálculo das deduções do salário do indivíduo, enfim, diariamente há contato com a matemática. A boa desenvoltura na disciplina propicia um melhor discernimento de algumas situações, proporcionando a melhor compreensão de certos cálculos e conclusões que se apresentam no cotidiano diário, podendo apresentar ao conhecedor da disciplina a capacidade de compreender raciocínios desconhecidos por outros. Outro assunto que este trabalho pretende evidenciar é a importância da interação professor-aluno, que objetiva discutir a postura que o educador deve ter para que possa obter resultados satisfatórios em sala de aula.

PALAVRAS-CHAVE: Educação do Campo; Ensino de Matemática; Professor; Aluno.

MATHEMATICS TEACHING IN COUNTRYSIDE EDUCATION: PERSPECTIVES FOR TEACHER-STUDENT INTERACTION

ABSTRACT: This current chapter aims to discuss the teaching of Mathematics focusing on Rural Education, in which it emphasizes the importance of teacher-student interaction. Rural Education is a new perspective of education, based on a specific modality for the residents' reality from this environment. This new type of education faces some difficulties, such as, for example, the process of effective care taking into account the needs of this population. The first schools in the countryside were recently started, pioneering ones that will serve as a basis for fault notes and that encourage the desire for improvements like every initial project, as well as bring many benefits that will reflect in a better use of teaching. Discussing the teaching of Mathematics in Rural Education intends to show that the most varied subjects can be worked taking advantage of the rural environment; because the place offers a more peaceful and spacious environment where you can work in a different way with activities that can put into practice what you learn in the classroom. Mathematics is fundamentally important, as it is one of the recurrent knowledge that is required of the individual throughout their life. From the simplest calculations to large mathematical deductions, the subject is present in every moment of people's daily lives: in percentages, in the prices of supermarket products, when calculating deductions from the individual's salary, in short, there is daily contact with math. Good resourcefulness in the subject propitiates a better understanding of some situations, providing a better understanding of certain calculations and conclusions that are presented in daily life, being able to present to those who know the subject the ability to understand reasonings unknown to others. Another situation that this work intends to highlight is the importance of teacher-student interaction, in which it aims to discuss the behavior that the educator must have in order to obtain satisfactory results in the classroom.
KEYWORDS: Countryside Education; Mathematics Teaching; Teacher; Student.

1 | INTRODUÇÃO

A escolha do tema "O ensino de Matemática na Educação do campo: Perspectivas para a interação professor-aluno" iniciou-se com a intenção de explanar o papel do professor na escola do Campo num âmbito de melhorar a relação professor-aluno, para que se tenha um maior proveito dos conteúdos propostos.

Essa nova concepção educacional propiciará novas formas de ensino para que a disciplina entre em contato com o meio em que o aluno vive e possa ser utilizada no seu dia-a-dia. Sabendo que este ambiente do campo é proveitoso a todas as disciplinas, deve-se propor atividades que aproximem o professor das temáticas dos alunos, para que haja maior interação e proximidade entre ambos.

Por meio dessa pesquisa obteremos informações pertinentes para que se possa ampliar essa expectativa e que realmente haja o exercício de interação, e não uma prática existente somente no planejamento e nas propostas metodológicas apresentadas.

A Educação no Brasil está se desenvolvendo de variadas formas, tendo como objetivo manter o perfil do sujeito dentro de seu ambiente. Temos como exemplo a educação para

indígenas e a educação do campo, que tem como finalidade propor para essas pessoas um melhor conhecimento e desenvolvimento no ambiente em que residem

A Educação do Campo por mais que seja um assunto da atualidade, está ganhando cada vez mais espaço em discussões, palestras, livros, pesquisas e políticas públicas, devido a necessidade de se ter uma educação voltada ao homem do campo, como também, assuntos e metodologias convenientes a esse espaço educacional.

A escola deve propor um ambiente e um educador que se identifique com o campo, e que saiba aproveitar os eixos existentes entre o conteúdo que ele vai estudar e o meio em que ele se encontra.

Na disciplina de Matemática o professor deve evidenciar ao aluno a interdisciplinaridade entre os conteúdos que se propõem e o cotidiano do campo. Quando o aluno identifica a necessidade de se aprender, e percebe que o conteúdo está atrelado ao seu cotidiano ele passa a ter não só uma nova aquisição de conhecimento, e sim uma necessidade de se saber sobre ele, sendo assim, é necessário que na disciplina de Matemática o educador tenha essa habilidade, para que se possa dar à mesma o valor real que ela possui, sabendo que a usamos em todos os momentos e em todos locais.

2 I A INTERAÇÃO PROFESSOR-ALUNO NAS AULAS NA EDUCAÇÃO DO CAMPO COM OLHAR VOLTADO PARA A DISCIPLINA DE MATEMÁTICA

2.1 A importância da Matemática

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais, “A Matemática é componente importante na construção da cidadania, na medida em que a sociedade se utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se apropriar (BRASIL, 1998, p. 56-57).

O indivíduo, assim que começa a desenvolver os primeiros aspectos cognitivos já começa a ter necessidade de desenvolver conceitos matemáticos, como a contagem de números, identificação de formas geométricas e a realização de contas matemáticas básicas. Assim, desde os primeiros anos de idade, o indivíduo desenvolve alguns raciocínios matemáticos.

Para o PCN, “valorizar esse saber matemático cultural e aproximá-lo do saber escolar em que o aluno está inserido, é de fundamental importância para o processo de ensino e aprendizagem” (BRASIL, 1998, p.32).

Segundo Smole,

> Hoje, é sabido que as crianças não entram na escola sem qualquer experiência matemática, e desenvolver uma proposta que capitalize as ideias intuitivas das crianças, sua linguagem própria e suas necessidades de desenvolvimento intelectual requerem bem mais que tentar fazer com que os alunos recitem corretamente a sequência numérica (SMOLE, 2000 p. 62).

A matemática está presente em vários aspectos do dia a dia do ser humano, por isso, é de suma importância que, desde a educação infantil, os professores saibam despertar o raciocínio matemático nos alunos, para que, futuramente, esses não sofram com os raciocínios que podem ter de desenvolver para chegarem às conclusões que precisam.

É possível perceber que o mau uso da matemática, ou a insuficiência de conhecimentos na área são aspectos que prejudicam o indivíduo em diversas situações, tais como: investimentos, brincadeiras e jogos que envolvem números e, até mesmo, em contas básicas como o troco do supermercado.

É possível nos depararmos comumente com situações como as acima citadas, pois vários ambientes podem ser palco de acontecimentos como esse, como por exemplo, ambientes de trabalho, comércio, bancos e até mesmo na interação e convívio entre pessoas e demais locais.

A maioria dos julgamentos é baseado em impressões. Ao atrairmos uma boa impressão, conquistamos algo, adquirimos respeito, agregamos saberes de cultura e valores altamente gratificantes e lucrativos. Para a possível ascensão de cargos ao desejarmos promoções e determinadas metas, são necessárias qualidades e posturas diferenciadas e, entre elas, está à habilidade de nos comunicar.

Em processos seletivos, por exemplo, desde a entrevista o examinador jamais deixará de avaliar os conhecimentos e raciocínios matemáticos do candidato, dependendo do porte da empresa e do perfil da vaga, o sujeito poderá estar eliminado automaticamente ao se mostrar incapaz de raciocinar e estabelecer conclusões matematicamente.

De acordo com Bassanezi, “a matemática passou a funcionar como um agente unificador de um mundo racionalizado, sendo um instrumento indispensável para a formulação de terias que regem o conhecimento, devido à sua generalidade (BASSANEZI, 1994, p. 56).

Assim, as demais ciências como a física, química e astronomia, apresentam ampla ligação e dependência da matemática, sendo necessário o conhecimento do indivíduo acerca da matemática para que possa, posteriormente, dedicar-se à outra ciência.

De acordo com Skovsmose

> (...) é impossível imaginar o desenvolvimento de uma sociedade do tipo que conhecemos sem que a tecnologia tenha um papel destacado, e com a matemática tendo um papel dominante na sua formação. Dessa forma, a matemática tem implicações importantes para o desenvolvimento e organização da sociedade – embora essas implicações sejam difíceis de se identificar (SKOVSMOSE, 2001, p. 40).

Dessa forma, mesmo que de difícil contemplação, a importância da matemática na vida do indivíduo é de tamanha grandeza que a mesma é considerada uma das disciplinas fundamentais para a sua formação, devendo estar presente nas matrizes curriculares desde a Educação Infantil até a formação no Ensino Médio, sendo que, dificilmente, não

estará presente em algum momento na matriz curricular de Ensino Superior.

2.2 O processo de ensino aprendizagem no Educação do Campo

O processo de ensino aprendizagem na educação do campo também se caracteriza pela combinação de atividades do professor e dos alunos. Estes, pelo estudo dos conteúdos orientados pelo professor, vão atingindo progressivamente o desenvolvimento de suas capacidades mentais. O bom resultado desse processo depende do trabalho sistematizado do professor que, tanto no planejamento como no desenvolvimento nas aulas traça objetivos, conteúdos, métodos e formas de organizar o ensino Os métodos são determinados pela relação de objetivos e conteúdos, e referem-se aos meios para alcançar os objetivos gerais e específicos do ensino.

Um conceito simples de método analisa o mesmo como o caminho para atingir um objetivo. Na vida cotidiana estamos sempre perseguindo objetivos, mas estes não se realizam por si só, sendo necessária a nossa atuação, ou seja, a organização de sequências de ações para atingi-los. O professor, ao dirigir e estimular o processo de ensino em função da aprendizagem dos alunos utiliza intencionalmente um conjunto de ações.

Luckesi, ao debater a respeito dos métodos de ensino no cotidiano escolar, argumenta:

> Será que nós professores, ao estabelecermos nosso plano de ensino, ou quando vamos decidir o que fazer na aula, nos perguntamos se as técnicas de ensino que utilizaremos têm articulação coerente com nossa proposta pedagógica? Ou será que escolhemos os procedimentos de ensino por sua modernidade, ou por sua facilidade, ou pelo fato de dar menor quantidade de trabalho ao professor? Ou, pior ainda, Será que escolhemos os procedimentos de ensino sem nenhum critério crítico específico? (LUCKESI, 1994, p. 155).

A escolha e disposição dos métodos de ensino devem corresponder às condições concretas das situações. A exemplo da disciplina de matemática na educação do campo, é necessário traçar metas, ou seja, pensar primeiro em quais são os resultados desejados, em seguida, deve-se questionar o aluno sobre quais são os conhecimentos já sabidos por ele, ouvi-lo e explicar a novo conteúdo relacionando a realidade já trazida pelo aluno, complementando a explanação com novos dados vindos do saber científico.

Em síntese, pode-se afirmar que os artifícios de ensino são as ações do professor pelas quais se organizam as atividades de ensino e dos educados para alcançar os objetivos do trabalho docente em relação ao conteúdo específico.

De acordo com Mizukami (1986), existem cinco tipos de abordagens de ensino, sendo elas:

- A abordagem tradicional que, segundo a autora, é

> caracterizada pela concepção de educação como um produto, já que os modelos a serem alcançados estão pré-estabelecidos, daí a ausência de ênfase no processo. Trata-se, pois, da transmissão de ideias selecionadas e

> organizadas logicamente. Este tipo de concepção de educação é encontrado em vários momentos da história, permanecendo atualmente sob diferentes formas. A escola, fundada nas concepções dessa abordagem, é o lugar por excelência onde se realiza a educação, a qual se restringe, em sua maior parte, a um processo de transmissão de informações em sala de aula (MIZUKAMI, 1986, p. 11).

- A abordagem comportamentalista, que consiste em um tipo de abordagem em que o professor propicia condições para que o aluno estude, vivendo as experiências. Nessa abordagem o educador atende individualmente, de modo a revisar o conteúdo, para um resultado avaliativo mais satisfatório.

- A abordagem humanista, na qual o ser é visto como um homem único, que deve ser benquisto e respeitado por todos. Segundo Behrens, essa abordagem tende a ter um caráter

> Positivo e acolhedor, assegurando a vivência democrática. Seu papel não é dirigir, mas aconselhar e orientar os alunos. Na sua missão educativa, organiza e coordena as atividades planejadas em conjunto com os alunos. Cada professor tem autonomia para criar seu próprio repertório, precisa ser autêntico e deve relacionar-se com o caráter individual de cada aluno (BEHRENS, 2005, p. 45).

Pelo conceito humanista, a cada dia o homem aprende, possuindo a disposição de estabelecer sua própria história, tendo a possibilidade de mudar de opinião. O papel da escola é estimular o estudante para que busque mais informações. O educador é visto como mediador que por meio de métodos, possui a finalidade de despertar o interesse ao aprendizado e a avaliação é feita pelo autoconhecimento dos próprios alunos.

- A abordagem cognitivista, pela qual é analisado somente o que a criança consegue aprender por ela mesma. As atividades solicitadas pelo professor podem ser desenvolvidas em grupo ou individuais.

- A abordagem sociocultural, que é vista como a mais adequada para a realidade do campo, pois trata da influência mútua do homem com o seu meio, onde o homem constrói sua cultura pela informação que transmite aos demais. Os conteúdos trabalhados devem condizer com as necessidades dos alunos. Nesse processo de ensino os alunos questionam suas dúvidas e o professor responde.

2.3 O professor e sua prática no campo

O atual tópico tem como intenção traçar os aspectos referentes a formação do professor e sua prática no campo, numa investigação sobre o seu cotidiano educacional, como indivíduo e educador, assim como as metodologias aplicadas e desenvolvidas com os estudantes.

Justifica-se assim o desenvolvimento desse aspecto pela necessidade de posicionar o trabalho educacional em meio às necessidades de inovações por que passa o ensino, numa preocupação evidente em priorizar a utilização da tecnologia educacional como

fundamento científico de organização e interpretação do mundo contemporâneo.

Ao analisar a escola em sua composição, encontra-se uma equipe que subdivide-se para que cada um faça adequadamente seu papel, suprindo assim todas as necessidades que uma escola necessita para manter seu bom funcionamento.

Os alunos e sua educação são o principal motivo para que a escola exista, entretanto, pode-se observar que dentre a equipe escolar, o professor é a peça fundamental no processo de aprendizagem do aluno, pois cabe a ele a função de educador quanto à transmissão de conhecimento científico.

Em alguns casos, o professor ao iniciar a prática pedagógica tem em mente uma disciplina rigorosa, nutrida pelo conhecimento explorado por ele no período de graduação e, algumas vezes, deixa de lado a experiência que o aluno carrega como bagagem sobre determinados assuntos que lhes são comuns pela realidade vivida, experiência nos afazeres de casa e pelo senso comum que obtém pelo contato com as pessoas.

Como contraproposta vale considerar que mais interessante do que o professor transmitir os conhecimentos científicos, é que ele encontre uma metodologia para que aluno se familiarize com esse conteúdo. Assim, afirma Barros,

> A escola precisa permitir à criança a observação e a ação espontânea sobre o ambiente físico, bem como favorecer o intercâmbio com outras crianças e adultos. O clima da sala de aula é decisivo para o desenvolvimento da criança (BARROS, 1996, p. 33).

A intenção central da Educação no Campo é o cultivo, manutenção e valorização da cultura do homem do campo, evitando sua estagnação cultural e social (CALDART, 2002). Desse modo, devem ser desenvolvidos métodos que busquem propiciar ao aluno do campo a valorização da sua realidade e dos conhecimentos que ele já possui.

Em geral, observa-se que para o senso comum para ser professor no sistema de ensino escolar, basta dominar um certo conteúdo, preparar-se para apresentá-lo ou dirigir o seu estudo, ir para uma sala de aula, tomar conta de uma turma de alunos e efetivar o ritual da docência – apresentação de conteúdos, controle dos alunos, avaliação da aprendizagem, disciplinamento etc. Em outras palavras, o exercício de docência tornou-se uma rotina comum, sem que se pergunte se ela alcança os objetivos que lhes são impostos.

Assim, é necessário que o professor estabeleça metas e trace meios de alcança-las, objetivando sempre, quando se trata da Educação no Campo, destacar a identidade cultural desse povo. Nesse sentido, Dalmagro posiciona-se:

> as formas e os objetivos educacionais de qualquer sociedade se encontram sempre em relação íntima com o modo de vida formal social e, portanto, com suas relações de produção e de trabalho. O processo educativo consiste de modo geral em ensinar os “indivíduos” a conviver em uma determinada sociedade, isto é, comungando o modo de vida, os valores e as relações socialmente aceitas. As formas de educação predominantes nas diferentes épocas efetivam-se como necessidade de cada período histórico, significando que a educação não é determinante das sociedades, mas fruto do que e

como os homens produzem sua existência (DALMAGRO, 2007, p. 7).

É necessário posicionar o professor como um intermediário entre as relações sociais dos indivíduos e o conhecimento científico, buscando atrelar os dois para, por fim, construir o conhecimento necessário para o progresso pessoal e social.

Assim, torna-se relevante enfocar especificamente a educação enquanto atividade essencialmente criadora, a necessidade de uma boa convivência entre professor e aluno, e a importância do diálogo, ficando a necessidade de lançar um alerta sobre o papel representativo do professor a partir de uma visão dialética, num traço unificador e que resida numa igualdade básica de relações sociais.

Para que haja uma boa convivência entre professor e aluno é necessário que haja compreensão e um bom diálogo. Este é o primeiro passo para que seja possível iniciar qualquer processo de mudança, pois a confiança entre professor e aluno é primordial e é o passo inicial dado pelo aluno no acesso deste ao conhecimento científico.

O papel do educador em formar e trabalhar o senso crítico do aluno, deve ser destacado. Como bem afirma Paiva, “compete ao educador, praticar um método crítico de educação, que dê ao aluno propriedade de alcançar a consciência crítica instruída de si e de seu mundo” (PAIVA, 1987, p.6). É necessário que o professor tenha consciência de que uma boa convivência com o aluno deve ser precedida de um bom diálogo.

Ressaltando Freire, “o diálogo é um encontro no qual a reflexão e a ação, inseparáveis daqueles que dialogam, orienta-se para o mundo que é preciso transformar e humanizar” (FREIRE, 1980, p. 23).

A ação do professor é imprescindível. É ele quem deve assumir o papel de mediador, e não de condutor, como é comum no âmbito educacional, entre a cultura elaborada, acumulada e em processo de acumulação pela humanidade e pelo educando e o conhecimento científico trabalhado em sala de aula. Assim, o professor fará a mediação entre o coletivo da sociedade, os resultados da cultura e o individual do aluno.

A dinâmica de grupo e o debate, constituem-se em excelentes instrumentos que podem auxiliar professores e alunos no processo de ensino-aprendizagem, uma vez que se tratam de instrumentos que aproximam educador e educando. É imprescindível que o professor passe a ter consciência de que lecionar é estar numa relação, e que ele não é um simples técnico de ensino.

Assim, Cunha e Machado destacam que o papel do professor nas escolas do campo,

> (...) não consiste meramente em transmitir conteúdos aos alunos, mas de entender a realidade dos sujeitos de direitos, ao se perceber que é na sala de aula (embora em certos momentos realizem-se tarefas iguais para fins de formação), e na consciência da existência de interesses comuns que ele valoriza o exercício da coletividade (CUNHA; MACHADO, 2009).

Em um aspecto mais abrangente, Pinto destaca que:

> A educação ainda merece (hoje mais do que nunca) constituir-se em parte

> inerente das mesas de debates entre educadores, políticos e o cidadão comum. A necessária dignidade intelectual e moral do homem deve ser resgatada, e ser imposta uma nova antecipação do papel que a educação poderá assumir para esta finalidade (PINTO, 1994, p. 3).

É função do educador, incitar o educando a um caminho de busca contínua, a busca de seu verdadeiro ser, e que se preceitue um real crescimento. O papel da educação não deve esquecer os princípios que precisam orientar todo o saber, e onde a escola represente um espaço para que o conhecimento construtivo seja cultivado. Deve a escola ser, pois, um lugar de reflexões, onde a tarefa magna do professor seja auxiliar o aluno a conhecer a si mesmo e a capacitar-se para adentrar no mercado de trabalho e na sociedade. A sala de aula, portanto, exerce um papel de relevância, pois há um encontro entre professores e alunos, para construir e reconstruir o saber.

Antes de ser um grande conhecedor de métodos, o professor deve ser um intelectual comprometido com o aspecto político da educação do campo e, acima de tudo, um intelectual que tenha consciência da especificidade do seu trabalho.

Por meio das ações do professor e de suas práticas em sala de aula, o conhecimento de mundo do aluno pode ser aliado ao conhecimento científico, criando uma educação integrada, fazendo com que seja proporcionando ao estudante uma maior naturalidade sobre os assuntos tratados em sala de aula, provocando a iniciativa do aluno, com sua colaboração social sobre os temas objeto de estudo.

2.4 Afetividade

Recentemente, vários estudos têm direcionado o olhar para a dimensão afetiva da conduta humana. A partir de abordagens que dão ênfase nas interações sociais, destacando-se o papel determinante do outro no desenvolvimento e na constituição do indivíduo, tem se configurado uma tendência na consolidação de teorias que se baseiam numa visão mais integrada do ser humano.

Muitos autores vêm defendendo que o afeto é indispensável no processo de ensino, entendendo que as relações entre ensino e aprendizagem são movidas pelo desejo e pela paixão, e que, portanto, é possível identificar e prever condições afetivas favoráveis que facilitam a aprendizagem.

Tendo como pressupostos básicos as teorias de Wallon e Vygotsky, tais pesquisas, em linhas gerais, buscam identificar a presença de aspectos afetivos na relação professor-aluno e as possíveis influências dos mesmos no processo de ensino aprendizagem.

O termo "afetividade" é de difícil definição, sendo considerado por Antunes como:

> Um conjunto de fenômenos psíquicos que se manifestam sob a forma de emoções que provocam sentimentos. A afetividade se encontra "escrita" na história genética da pessoa humana e deve-se a evolução biológica da espécie. Como o ser humano nasce extremamente imaturo, sua sobrevivência requer a necessidade do outro, e essa necessidade se traduz em amor

> (ANTUNES, 2006, p. 5).

Embora os fenômenos afetivos sejam de natureza subjetiva, isso não os torna independentes do meio sociocultural, pois é possível afirmar que estão diretamente relacionados com a qualidade das interações entre os sujeitos, e das experiências vivenciadas. Dessa maneira pode-se supor que tais experiências vão marcar e conferir aos objetos culturais um sentido afetivo.

Wallon (*apud* ALMEIDA), destaca que “afetividade e a inteligência constituem um par inseparável na evolução psíquica, pois ambas têm funções bem definidas e, quando integradas, permitem à criança atingir níveis de evolução cada mais elevados (WALLON *apud* ALMEIDA, 1999, p.51).

Evidencia-se a presença contínua da afetividade nas interações sociais, além da sua influência também contínua nos processos de desenvolvimento cognitivo. Nesse sentido, pode-se pressupor que as interações que ocorrem no contexto escolar também são marcadas pela afetividade em todos os seus aspectos. Pode-se supor, também, que a afetividade se constitui como um fator de grande importância na determinação da natureza das relações que se estabelecem entre os sujeitos (aluno) e os diversos objetos de conhecimento (áreas e conteúdos escolares), bem como na disposição dos alunos diante das atividades propostas e desenvolvidas.

Pesquisas recentes (TASSONI 2000; SILVA, 2001; NEGRO, 2001) têm buscado delimitar, com mais precisão, o possível papel da afetividade no processo de mediação do professor. Tais pesquisas direcionam o olhar para as relações professor-aluno que se desenvolvem em sala de aula.

Segundo Delors, a educação deve ser direcionada para o desenvolvimento integral do aluno, englobando “espírito e corpo, inteligência, sensibilidade, sentido estético, responsabilidade pessoal, espiritualidade” (DELORS, 1999, p.99).

Desse modo, a afetividade no espaço educacional exerce papel de extrema importância, sendo um dos seus aspectos a compreensão, o diálogo entre professor e alunos, a cooperação, entre outros. Segundo Staimback e Staimback,

> (...) os alunos e o professor podem ver que todos têm aptidões e habilidades e que todos precisam de ajuda em algumas áreas. Karen pode ser ótima em leitura, mas pode precisar de ajuda nas brincadeiras no playground. Carmen pode ter dificuldade em matemática, mas é ótima para lembrar-se de coisas e organizar pessoas e atividades. As salas de aula podem tornar-se comunidades de apoio mútuo se os professores promoverem o respeito pelas diferenças e proporcionarem oportunidades diversificadas para os alunos enxergarem uns aos outros de muitas maneiras. (STAIMBACK; STAIMBACK, 1999, p. 299).

Para exercer seu real objetivo, o professor precisa aprender a combinar autoridade, respeito e afetividade, ou seja, ao mesmo tempo em que se estabelecem normas, deixando bem claro o que espera dos alunos, deve respeitar a individualidade e a liberdade que esses

trazem com eles, para neles desenvolver o senso de responsabilidade. Além disso, ainda que o docente necessite atender um aluno em particular, a interação deve estar sempre direcionada para a atividade de todos os alunos em torno dos objetivos e do conteúdo da aula.

Para Maldonado,

> Atitudes ríspidas, grosseiras e agressivas expressam, com freqüência, a necessidade de formar uma carapuça protetora contra o medo de ser rejeitado, contra sentimentos de inadequação ("já que sou mesmo incompetente para tantas coisas, por aí eu me destaco") e contra a dor do desamor ("ninguém gosta de mim mesmo, quero mais é explodir o mundo") (MALDONADO, 1994, p.39).

A interação professor-aluno ultrapassa os limites profissionais e escolares. É uma relação que deixa marcas, e que deve sempre buscar a afetividade e o diálogo como forma de construção do bom espaço escolar, evidenciando valores como a cooperação, a interação, o auxilio mutuo e o respeito por todos.

A afetividade não modifica a estrutura no funcionamento da inteligência, porém, poderá acelerar ou retardar o desenvolvimento dos indivíduos, podendo até interferir no funcionamento das estruturas da inteligência. Ainda, a afetividade delimita o tipo de relação existente em sala de aula, sendo que a falta de afetividade causa problemas aos alunos, como a vergonha de questionar, a não habitualidade de trabalhar em grupo, entre outros aspectos.

Segundo Coll, os sentimentos, as emoções e os desejos correspondem à afetividade, que dá a devida sustentação às ações do sujeito (COLL, 2004).

Autores como Piaget, Wallon, Vygotsky e Erickson reafirmam a influência do meio escolar na construção da individualidade da criança ou no desenvolvimento de toda a personalidade, com base na afetividade desenvolvida em sala de aula com os estudantes.

Segundo Martinelli, nos estudos de Erickson, os conflitos básicos de esforço *versus* inferioridade são atribuídos à primeira fase do processo de escolarização do indivíduo, tornando-se a escola e os amigos, nesse momento, o centro das relações mais importantes da vida da criança (MARTINELLI, 2006).

Essas interações podem resultar para a criança sentimentos como competência ou de frustração. Nas relações sociais que se estabelecem na escola, cabe ao professor um papel de destaque e mediação. O professor que tem comportamento contrário poderá promover em seu aluno um senso de inferioridade, que poderá influenciar de forma negativa seu conhecimento e autoestima.

Martinelli afirma que o que mais se observa é o fato de que o aluno admirado ou valorizado pelo professor tem suas características valorizadas, demonstrando mais frequência, tornando-se cada vez mais valorizado, já o aluno rejeitado ou discriminado passa a se afastar do professor e, consequentemente, se identifica cada vez menos com

aquela realidade (MARTINELLI, 2006).

A compreensão das necessidades destas crianças e a confiança em sua capacidade de melhora, assim como a orientação em vez de castigo, explicações em vez de ordens se traduzem no melhor método de disciplinar as crianças agressivas.

Para Rodrigues,

> A aprendizagem escolar depende, basicamente, dos motivos intrínsecos: uma criança aprende melhor e mais depressa quando sente-se querida, está segura de si e é tratada como um ser singular (...). Se a tarefa escolar atender aos seus impulsos para a exploração e a descoberta, se o tédio e a monotonia forem banidos da escola, se o professor, além de falar, souber ouvir e se propiciar experiências diversas, a aprendizagem infantil será melhor, mais rápida e mais persistente. Os motivos da criança para aprender são os mesmos motivos que ela tem para viver. Eles não se dissociam de suas características físicas, motoras, afetivas e psicológicas do desenvolvimento (RODRIGUES, 1976, p.174).

Sendo assim, considerarem a escola um ambiente acolhedor faz com que o aluno tenha maior desejo em aprender. Cabe ao professor e aos profissionais envolvidos nesta relação propiciar através da afetividade em seu uso adequado, um ambiente de compreensão para que as crianças possam desenvolver com maior destreza suas potencialidades.

2.5 Relação professor-aluno na escola do campo

A relação entre professores e estudantes deve ser uma relação dinâmica como qualquer outra relação entre os seres humanos, sem aspectos de superioridade, mas sim, baseada no respeito. O educador deve compreender que o aluno não é um depósito de conhecimentos decorados que o aluno não consegue relacionar com a prática. Compreende-se que o aluno é um ser capaz de pensar, agir, discutir e argumentar. O que é considerada uma aprendizagem satisfatória e aquela em que o aluno consegue entender e somar esse conhecimento às atividades do seu cotidiano.

A relação entre professor e aluno deve ser franca, devendo aquele atuar mais duramente quando necessário, e este compreender e exigir a satisfação do processo de ensino aprendizagem. A motivação do aluno no sentido do conhecimento é uma das atuações que se exige do professor. Segundo Nérice,

> Boa técnica de motivação é ter uma conversa em particular com o aluno. Em que se procura explorar o sentimentalismo e também, quando necessário, falar francamente com o aluno, chamando-o às suas responsabilidades. É imprescindível que ele sinta, apesar das verdades, se necessário, que o professor é seu amigo e tudo está fazendo para ajudá-lo (NÉRICE, 1992, p.190).

O aluno motivado para aprender interessa-se pelo que faz, aposta em sua capacidade e estuda com dedicação, para que isso aconteça, é preciso que o professor demonstre os aspectos positivos da aprendizagem, tornando o conhecimento interessante aos olhos do

aluno. As atividades realizadas com satisfação resultam na realização pessoal e atitudes positivas em relação aos demais.

Apontar falhas vindas da realidade da educação não é o objetivo, o real interesse é discutir as problemáticas apontando atitudes que deram certo, é a melhor maneira de fazer a educação dar bons frutos. O professor deve analisar os pontos positivos existentes a seu favor, como o ambiente, as atualidades, as tecnologias disponíveis, as curiosidades do aluno e suas metas e anseios para o futuro.

Ao relacionar a educação do campo à relação entre o professor e o aluno, é preciso pensar em uma nova metodologia de trabalho, diferenciando a das escolas da cidade. Houveram muitas lutas para que a educação do campo acontecesse de maneira concreta, e não como uma nova metodologia existente apenas no papel, diante disso, é necessário pensar numa nova perspectiva para que se tenha um resultado satisfatório. A intenção em relação a escolas do campo não é uma educação igual para todos, e sim, uma educação específica à realidade do aluno do campo.

O trabalho do professor torna-se mais fácil na medida em que ele pode obter dos alunos informações sobre seus problemas e temas favoritos. Se na turma existir um bom diálogo, os assuntos que lhes interessam virão a surgir, e a partir desses dados, o professor poderá desenvolver as atividades escolares. Época de plantio e de colheita, fertilidade do solo, uma partida de futebol, dados da agricultura familiar, uma gripe, os salários baixos, os preços dos insumos agrícolas, a classe dominante, as raças, as cores, o tempo, o amor, a amizade e as diferenças, são apenas alguns dos assuntos que possam os interessar, e esses serão pontos de partida para iniciar uma aula atrativa as mais diversas disciplinas.

Quanto mais os conteúdos forem relacionados à vivência do estudante, mais interesse vai haver por parte deles. Quando o professor abraça a causa de ensinar, torna-se comprometido com o aluno e com o processo de ensino aprendizagem, cumprindo seu papel de facilitador.

Segundo Freire

> (...) o bom professor é o que consegue, enquanto fala, trazer o aluno até a intimidade do movimento do seu pensamento. Sua aula é assim um desafio e não uma ‘cantiga de ninar’. Seus alunos cansam, não dormem. Cansam porque acompanham as idas e vindas de seu pensamento, surpreendem suas pausas, suas dúvidas, suas incertezas (FREIRE, 1996, p.96)

Atualmente, uma das principais ações adotadas para que ocorra a melhoria da educação, especialmente do campo, é a capacitação continuada de educadores e novos materiais didáticos. Para se chegar à uma educação abrangente ela deve ocorrer com o comprometimento dos profissionais da área, o apoio dos governantes, e de materiais didáticos coerente com aquilo que se deseja.

Quando o professor age como um facilitador de conhecimento que é, o mesmo destaca-se como guia do aluno, permitindo que a criança crie seu próprio raciocínio, troque

ideias, seja crítico e consciente.

Para analisar primeiramente o perfil do professor na escola do campo, é necessário observar que, para que ele se adapte e seja bem aceito nesse contexto, é necessário se traçar um perfil do mesmo. É imprescindível que o educador adote o perfil de acordo com a realidade do campo, tendo conhecimento sobre os assuntos comuns àquela população, sabedor das problemáticas por ele enfrentadas, seus costumes, cultura, crenças e principalmente que as disciplinas que ele aborde estejam voltadas as peculiaridades e especificidades do campo. Que ao trabalhar a matemática, trabalhe com os cálculos necessários para que futuramente os alunos saibam calcular quantidades de grão, a quantia de adubos para plantações, a vazão da água e demais atividades que podem somar ao seu melhor desenvolvimento em seu âmbito, entre outras necessidades do cotidiano do campo.

Para Moura, para que a educação no campo alcance seus objetivos,

> parte-se para a análise de uma importante categoria espacial: o lugar. É por meio da compreensão e do conhecimento do lugar, que os educadores das escolas rurais poderão compor suas práticas educativas, de forma a respeitar e apreender sobre os saberes sociais das comunidades envolvidas. (MOURA, 2009. p.13)

Em relação ao ensino da disciplina de matemática, demonstrar ao aluno a sua utilização prática é um dos fatores que pode despertar o interesse do aluno pela mesma. Idas a campo para utilizar na prática as teorias, métodos e cálculos aprendidos são ações que devem ser realizadas pelo professor cotidianamente.

A interação professor-aluno nas escolas do campo, é muito mais do que planejar uma boa relação de convívio, e sim, pensar em uma relação onde os dois lados lutem em prol de uma mesma causa, onde o professor fale a linguagem que melhor proporcione clareza ao aluno, como também os incentive a permanência no campo, valorizando seu modo de vida e suas peculiaridades.

3 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

A matemática, é uma disciplina de presença obrigatória nas grades curriculares. Essa importância existe devido ao seu caráter essencial nas relações mais simples do dia-a-dia, como, por exemplo, um simples cálculo de desconto em porcentagem, identificação das diversas formas geométricas existentes, bem como outros cálculos.

É sabido que um fator contribuinte para que a educação se torne de melhor qualidade é a boa interação professor-aluno, tão importante quanto o bom relacionamento é a motivação a que o professor pode instigar o aluno, fazendo com que ele se interesse mais pelo meio em que ele vive, e que o mesmo permaneça nesse ambiente, preserve sua cultura e seu modo de vida, percebendo que o trabalho e desenvolvimento do campo é algo interessante.

A relação entre professor e aluno deve ser no sentido de desenvolver a afetividade

desse, criando um ambiente onde raciocínios lógicos e sentimentos possam conviver e estabelecer uma convivência harmônica e baseada na cooperação, colaboração e compreensão.

Quando se trata da educação no campo, essa relação entre aluno-professor deve ser ainda mais aprimorada. Parte do professor, em uma primeira análise, o dever de valorizar e saber trabalhar com as peculiaridades dos alunos do campo. Para tanto, este profissional deve ter conhecimento não apenas dos conteúdos que irá trabalhar em sala de aula, mas também dos aspectos relacionados à cultura do campo.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, A. R. S. (1997) A emoção e o professor: um estudo à luz da teoria de Henri Wallon. Psicologia: Teoria e pesquisa, v. 13, nº 2, p. 239-249, mai/ago.

ANTUNES, Celso. **A afetividade na escola: educando com firmeza**. Londrina: Maxiprint, 2006.194p.

BARROS, C. **Psicologia e Construtivismo**. São Paulo: Ática, 1996.

BASSANEZI, R. Modelagem Matemática. Dynamis FURB, v. 1, p. 55-83, 1994.

BEHRENS, M. A. **Novas Tecnologias e Mediação Pedagógica**. Campinas: Papirus, 2005.

BRASIL/MEC, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília, 1998.

CALDART, Roseli Salete. **Por Uma Educação do Campo: traços de uma identidade em construção**. In: KOLLING, Edgar Jorge; CERIOLI, Paulo Ricardo; CALDART, Roseli Salete (Orgs.). **Educação do Campo: identidade e políticas públicas**. Brasília, DF: Articulação Nacional Por Uma Educação do Campo, 2002.

COLL, C,; MARCHESI, A,; PALÁCIOS, J. **Desenvolvimento Psicológico e Educação: Psicologia evolutiva.** 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2004.

CUNHA, M., MACHADO, C. **Prática pedagógica nas escolas localizadas no campo: desafios na construção do paradigma da educação do campo.** Disponível em:<www,pucpr.br> Acesso em: 11 out 2016.

DALMAGRO, S. **Sobre Trabalho, Educação e a Escola.** UFSC, 2007 (Texto elaborado para apresentação em Seminário no Doutorado).

DELORS, Jacques, org. **Educação: um tesouro a descobrir.** 3ª Ed. São Paulo: Cortez, 1999.

FREIRE P. **Conscientização. Teoria e prática da libertação. Uma introdução ao pensamento de Paulo Freire**. São Paulo: Moraes, 1980.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: Saberes necessários à prática educativa.** São Paulo: Paz e Terra, 1996.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Filosofia da educação**. São Paulo:Cortez, 1994.

MALDONADO, Maria Tereza. **Aprendizagem e afetividade**. Revista de Educação AEC, v.23, n.91, p.37-44, 1994.

MESQUITA, B. Código florestal: quem tem razão? Disponível em: www.ambiente.sp.gov.br/arquivos. Acesso em 13 out. 2016.

MIZUKAMI, M. G. N. **Ensino, as abordagens do processo**. São Paulo: EPU, 1986.

MOURA, Edinara Alves de. **Lugar, saberes e educação do campo: o caso da Escola Municipal de Ensino Fundamental José Paim de Oliveira – Distrito de São Valentim, Santa Maria, RS.** 2009. Dissertação (Mestrado em Geografia) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2009.

NÉRICI, I. G. **Educação e Metodologia**. São Paulo: Pioneira, 1992.

PAIVA, V. P. **Educação Popular e educação de adultos**. São Paulo: Loyola, 1987.

PARANÁ. Secretaria Estadual de Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação do Campo**. Paraná: SEED, 2006.

PINTO, G. A.C. **O Educador e o educando**. Mimeo, 1994.

RODRIGUES, Marlene. **Psicologia educacional: uma crônica do desenvolvimento humano**. São Paulo: Mc Graw-Hill do Brasil, 1976.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica: a questão da democracia**. Campinas: Papirus, 2001.

STAIMBACK S.; STAIMBACK W. **Inclusão**: Um guia para Educadores. Porto Alegre, Artmed, 1999.

SMOLLE, Kátia Cristina Stocco. **A matemática na educação Infantil: A teoria das inteligências múltiplas na prática escolar**. Porto Alegre 2000.

CAPÍTULO 2

MONTAGEM E ANÁLISE DE FLUXOS DE CAIXA DE INVESTIMENTO PRODUTIVO NO ENSINO MÉDIO INTEGRADO: SEQUÊNCIA DIDÁTICA INTEGRANDO A MATEMÁTICA FINANCEIRA COM O ENSINO DE INFORMÁTICA, GESTÃO E PRODUÇÃO

Data de aceite: 01/08/2022

Fabio Ferrite Lisauskas
Mestre pelo ProfEPT (Programa de Pós-Graduação em Educação Profissional e Tecnológica) - IFSP (Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo), câmpus Sertãozinho

Eduardo André Mossin
Professor de Programação e Banco de Dados do IFSP, câmpus Sertãozinho

Artigo originalmente publicado como comunicação científica no XIII ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática.

RESUMO: O objetivo do artigo é propor uma sequência e uma unidade didática para trabalhar a Matemática Financeira de forma integrada com as disciplinas de Administração e Produção, tendo planilhas eletrônicas como recurso educacional de apoio. Um material elaborado a partir das concepções de educação profissional de cunho omnilateral e que fortalecem o ensino técnico integrado ao Ensino Médio, em moldes de um recurso educacional aberto. Obteve-se como resultado uma sequência didática com três aulas, cada uma com duração de 2h30min e ministradas por dois docentes de disciplinas diferentes de cada vez; também foi elaborada uma unidade didática como material de suporte. Esse material faz parte do processo de desenvolvimento de um produto educacional que pretende explorar o potencial formativo interdisciplinar da Matemática Financeira. Um conteúdo matemático que, trabalhado integradamente com outras áreas do conhecimento, enriquece a formação profissional e o entendimento discente sobre o capitalismo financeiro determinante das relações socioeconômicas contemporâneas.

PALAVRAS-CHAVE: Matemática Financeira; Fluxo de caixa; Ensino técnico integrado; Formação omnilateral; Recurso Educacional Aberto.

1 | INTRODUÇÃO

A sociedade global contemporânea é marcada pela financeirização da economia sendo as relações sociais crescentemente determinadas pela análise financeira dos empreendimentos humanos. Assim, num período de consolidação do capitalismo financeiro, é premente promover o conhecimento dos estudantes acerca da matemática financeira, explorando seu potencial interdisciplinar. Como destacam Santos, Veiga e Sá (2011), numa educação matemática crítica a Matemática Financeira vem em auxílio a carregar de significados os conteúdos da disciplina, com estímulos à investigação e ao espírito crítico do aluno. Especificamente, o conceito de fluxo de caixa aplicado a projetos de investimento produtivo é um conteúdo de grande potencial para se fazer a relação entre a Matemática Financeira e o enriquecimento da formação profissional de estudantes do Ensino Técnico

Integrado ao Ensino Médio, ao ampliarem o entendimento do que determina em grande parte os eventos socioeconômicos ao seu redor e por todo o mundo.

Como parte do esforço para desenvolvimento de Produto Educacional em nível de Mestrado Profissional, este artigo propõe, por meio de uma sequência e uma unidade didática, a montagem de fluxos de caixa para análise de possíveis investimentos produtivos na área da Automação Industrial, mas entendidas como referência adequada também para outros Cursos Técnicos Integrados ao Ensino Médio. Limita-se, ao menos inicialmente, a aplicação da proposta em cursos de Ensino Médio Integrado por estes contarem com maior carga horária, facilitando o planejamento e a execução de um trabalho colaborativo entre professores de diferentes disciplinas.

Ao propor a estruturação e análise de fluxos de caixa empresariais/industriais, a proposta explora tópico pouco abordado na Matemática Financeira de Ensino Médio, tendo em vista que como padrão ela tem sido discutida academicamente pelo viés da educação financeira, no âmbito das finanças pessoais, conforme levantamento registrado pelo mestrando em LISAUSKAS (2018). Em relação à Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), a proposta está ligada, no nível do Ensino Médio, a habilidades de "Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros" (op. cit., p. 536).

2 | FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Segundo alguns dos principais estudiosos da Educação Profissional e Tecnológica (EPT) (Frigotto et al, 2014), a expressão Ensino Médio Integrado:

> Por um lado, ela define uma das formas de articulação entre a educação profissional técnica de nível médio e o ensino médio [...]. Por outro, de forma bem mais abrangente, trata-se de uma concepção de educação que, desafiada pelas contradições da realidade concreta, pressupõe a integração de dimensões fundamentais da vida – trabalho, ciência, tecnologia e cultura – num processo formativo que possibilite aos trabalhadores o acesso aos conhecimentos (científicos, éticos e estéticos) produzidos histórica e coletivamente pela humanidade, bem como aos meios necessários à produção de sua existência e à sua emancipação como classe. (Frigotto et al, 2014, p.11)

Dessa forma, uma proposta de ensino da Matemática Financeira que agrega as bases conceituais da EPT pode contribuir para uma formação omnilateral[1] dos estudantes por integrar ao conhecimento técnico - de cunho mais procedimental da formação profissional -

1 De forma ampla, para Ramos (2009, sem p.), a formação omnilateral dos sujeitos "implica a integração das dimensões fundamentais da vida que estruturam a prática social. Essas dimensões são o trabalho, a ciência e a cultura. O trabalho compreendido como realização humana inerente ao ser (sentido ontológico) e como prática econômica (sentido histórico associado ao respectivo modo de produção); a ciência compreendida como os conhecimentos produzidos pela humanidade que possibilita o contraditório avanço produtivo; e a cultura, que corresponde aos valores éticos e estéticos que orientam as normas de conduta de uma sociedade".

conhecimentos científicos da Administração e Economia por meio da análise de viabilidade financeira de um projeto de investimento produtivo. Dessa forma, atende também ao conceito da politecnia ao unir "formação intelectual e trabalho produtivo" (SAVIANI, 2007, p. 162), exercitando com os alunos conceitos de Gestão, Economia e Matemática Financeira junto aos conhecimentos técnicos do curso.

Além disso, os princípios da Educação e Trabalho explicitam "como o conhecimento (objeto específico do ensino), isto é, como a ciência, potência espiritual se converte em potência material no processo de produção" (SAVIANI, 2007, p. 160) - no caso do projeto, envolvendo conhecimentos de Gestão (análise de risco), de Economia (custo de oportunidade) e da Matemática (juros compostos). Dessa forma, é fortalecida a proposta de currículo integrado da EPT ao integrar conhecimentos e conceitos gerais da Educação Básica e específicos da formação técnica de forma que "sejam apreendidos como sistema de relações de uma totalidade concreta que se pretende explicitar/compreender" (RAMOS, 2009).

Como um Recurso Educacional Aberto (REA) em elaboração como Produto Educacional resultante do Mestrado Profissional, a proposta guarda alinhamentos com o artigo "Formação permanente de educadores, REA e integração dos conhecimentos" (PICONEZ & NAKASHIMA, 2013), por ser este também um material que "pode ser utilizado na formação de professores e pesquisadores compromissados com propostas pedagógicas integradas com tecnologias" (p. 279).

A proposta de ensino aqui apresentada pode servir como um REA não só para montagem de uma sequência didática de cunho interdisciplinar na área de Matemática Financeira, envolvendo o uso de planilha eletrônica como ferramenta de mediação pedagógica, mas também como material de formação docente, sobretudo se acompanhada das discussões de sua aplicação a constarem no texto do trabalho de conclusão do Mestrado em andamento. Espera-se que o produto educacional pretendido sirva para a reflexão sobre planejamento integrado de disciplinas, enriquecendo tanto a formação omnilateral discente como a experiência de planejamento e formação docente.

Nessa perspectiva está pressuposto que em um período de aprofundamento do capitalismo financeiro as reflexões e discussões propiciadas pela sequência didática problematizem com os estudantes e professores a questão da crescente financeirização da economia, que em certos aspectos acabam servindo como mais uma barreira aos investimentos produtivos, como os da Automação Industrial. Outro benefício esperado, bastante em linha com o do artigo de Piconez, Nakashima& Filho (op. cit.) é o trabalho pedagógico com uso de Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs), já que a sequência didática gira em torno da montagem do fluxo de caixa em uma planilha eletrônica online e aberta.

Benefícios que se espera serem potencializados licenciando o produto educacional do Mestrado sob os termos da *Creative Commons* (CC BY-NC-SA), partindo de uma

filosofia de REA “sobre a produção de cultura e conhecimento baseada na abertura e na colaboração” (VENTURINI, 2014). Tem-se como expectativa a disponibilização do Trabalho de Conclusão de Curso em páginas eletrônicas de produtos educacionais do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP) e do *Programa* de Pós-Graduação em Educação Profissional e Tecnológica (ProfEPT) e em iniciativas da sociedade civil ou projetos/programas governamentais como o Portal do Professor.

Dessa forma, se estará aproveitando “potencialidades de barateamento ainda maior de custos e democratização de acesso ao conhecimento” (HILU, TORRES & BEHRENS, 2015, p. 134) ao se aliar um REA a possibilidades propiciadas pelas TICs de divulgação do saber. O público alvo do produto educacional são professores de cursos técnicos integrados, atuantes no 3º ano do Ensino Médio, especificamente docentes de Matemática - no trabalho com a Matemática Financeira, estimativas e probabilidades - e os de Informática, Administração e de Produção em trabalho integrado.

3 | ASPECTOS METODOLÓGICOS

O material proposto foi elaborado com o intuito de exercitar com os estudantes a análise econômico-financeira de um investimento que antecede a implantação ou mantém uma infraestrutura produtiva da área de formação de um curso técnico, inserindo essa discussão no contexto do capitalismo financeiro global, trazendo à tona variáveis regionais e locais da realidade socioeconômica dos alunos. Muito do desvelamento dessa totalidade vem da análise de risco que determinará variáveis do fluxo de caixa como taxa de desconto para trazer a valor presente os custos e ganhos esperados, a taxa interna de retorno requerida pelo investidor, o qual considera também o custo de oportunidade dos investimentos alternativos para sua tomada de decisão. Tudo sendo modelado numericamente por meio de planilha eletrônica e envolvendo conceitos da Matemática Financeira.

Utilizando como referência os três eixos para desenvolvimento de material educativo propostos por Kaplún (2003), o eixo pedagógico da proposta é a montagem de um fluxo de caixa para avaliação de um investimento produtivo, o quanto possível envolvendo valores e premissas reais levantadas pelos estudantes em pesquisas pela internet e consulta a docentes da área de produção e profissionais de mercado. O eixo conceitual evidenciará para os alunos toda a análise de risco do projeto, em muito baseada na interação das diversas variáveis componentes do fluxo de caixa (investimento, financiamento, receitas, custos, depreciação, impostos) que devem ser estimadas para diferentes cenários econômicos e mercadológicos (pessimista, esperado e otimista). O eixo comunicacional será formalizado em meio impresso com um roteiro textual para as aulas da sequência didática, inicialmente, procurando problematizar o investimento produtivo a partir dos conhecimentos dos alunos sobre o assunto e, no conjunto das aulas, envolvendo as disciplinas de Matemática,

Administração e Produção de forma integrada.

Retomando o eixo pedagógico, uma aula com um docente da área de Produção será requerida para dar maior concretude a uma análise de planilha financeira que precisará refletir diferentes aspectos de um investimento produtivo na área de Automação Industrial. Um docente da área de Gestão acompanhará a aula inicial, de problematização e apresentação do fluxo de caixa, e a finalização da sequência didática, de elaboração dos relatórios avaliativos dos projetos e de análise comparativa deles para a tomada de decisão do ponto de vista de um investidor.

4 | DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

O Quadro 1 traz a caracterização da sequência didática proposta, seguido pelo detalhamento das três aulas a serem realizadas no laboratório de informática com acesso à internet para se poder utilizar planilha eletrônica online. Em seguida, vem a proposta de uma Unidade Didática de apoio.

Público Alvo	Alunos do 3º ano do Técnico Integrado em Automação Industrial
Problematização	A Matemática Financeira faz parte do currículo do Ensino Médio, mas vem sendo tratada de forma muito descontextualizada e isolada de outras disciplinas. Ao mesmo tempo, a MF guarda grande potência interdisciplinar de enriquecimento curricular, sobretudo quando sua aplicação pode ser integrada a um curso de formação profissional. Nesse sentido, a montagem de um fluxo de caixa para se avaliar um investimento produtivo possibilita a integração da MF com a área de formação profissional dos alunos, e com conceitos centrais da Administração e da Economia. Como ferramenta tecnológica, as planilhas eletrônicas são um recurso pedagógico valioso para se montar os fluxos de caixa com os alunos, em suporte às discussões e construção dos diversos conceitos envolvidos.
Objetivo Geral	Trabalhar a Matemática Financeira de forma interdisciplinar a partir da montagem de um fluxo de caixa para avaliação de um investimento produtivo, envolvendo conceitos de gestão e economia e utilizando planilha eletrônica como recurso digital de suporte ao ensino.
Conteúdos e Métodos	Apresentado abaixo desta tabela separadas nas três aulas que compõem a sequência didática.
Avaliação	Cada grupo de alunos elaborará um parecer de viabilidade do projeto conforme análise de risco, a partir dos cenários pessimista, esperado e otimista. Dessa forma, o docente terá condições de avaliar o nível de consolidação conceitual dos membros do grupo e identificar possíveis lacunas de conhecimento que podem ter permanecido ao nível de toda a turma que mereça ser retomado pedagogicamente.
Bibliografia consultada	FERREIRA, J. A. S. Finanças Corporativas: conceitos e aplicações. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2005 GITMAN, L. J. Princípios de Administração Financeira. 10. ed. São Paulo: Habra, 2004. 776 p. VANNUCCI, L. R. Matemática Financeira e Engenharia Econômica: princípios e aplicações. 2ª ed. São Paulo: Blucher, 2017.

Quadro 1 – Caracterização da Sequência Didática

Fonte: Elaborado pelo mestrando.

AULA I. Apresentação do projeto e introdução aos principais conceitos

Disciplinas combinadas: Matemática e Administração.

Duração: 2h30min.

Objetivos Específicos:

- Apresentar o Fluxo de Caixa como ferramenta de análise de investimento
- Evidenciar a função de cada um dos conceitos matemáticos e de finanças na avaliação de projeto de investimento produtivo
- Criar os grupos que estruturarão os projetos de investimento

Conteúdos:

- Fluxo de caixa
- Juros compostos
- Custo de Oportunidade & Taxa de desconto
- Valor Presente Líquido (VPL)
- Taxa Interna de Retorno (TIR)
- Estimativas
- Tributação da atividade produtiva
- Análise de risco

Dinâmicas:

I. A partir de uma abordagem dialogada, problematizar

1. O investimento produtivo como motor do desenvolvimento socioeconômico – a criação de valor de uso dos recursos naturais e humanos e de oportunidades profissionais, a tributação da atividade produtiva;

2. A avaliação de um investimento do ponto de vista do investidor – o custo de oportunidade e a análise de risco.

II. Sintetizar a problematização em formato de fluxo de caixa por meio da ferramenta Planilhas Google, de forma que os alunos entendam as funções matemáticas envolvidas.

III. Organizar a criação de grupos de até 5 alunos para a estruturação de projetos de investimento, um por grupo

IV. Explicar como as variáveis do projeto de investimento deverão ser caracterizadas e quantificadas em formulário previamente elaborado pelo docente para estruturação dos projetos;

V. Propor aos alunos para pensarem sobre qual tipo de investimento de Automação Industrial querem avaliar; o quanto possível já, podem completar o formulário de caracterização do investimento até a próxima aula a ser realizada junto a docente da área de Produção.

AULA II. Montagem dos fluxos de caixa

Disciplinas combinadas: Matemática e Produção

Duração: 2h30min.

Objetivos específicos:

- Completar o formulário de configuração do projeto
- Estruturar no Planilhas Google o fluxo de caixa de cada grupo

Conteúdos:

- Investimento produtivo
- Fontes de financiamento & Amortização da dívida
- Estimativas
- Custos operacionais
- Impostos
- Depreciação
- Valor Residual

Dinâmicas:

I.Cada grupo informa para a sala qual investimento produtivo pretende avaliar e se já completaram ao menos parcialmente o formulário de configuração do projeto.

II. Os grupos são orientados a completarem o formulário, caracterizando o investimento pretendido e levantando via internet e com o docente de Produção os valores a alimentarem o fluxo de caixa na planilha eletrônica (valores reais ou estimados); os docentes de Produção e de Matemática cumprem um papel de assessoramento aos alunos, os fazendo refletir sobre as premissas que estejam utilizando para configuração do projeto e sobre os procedimentos para montagem do fluxo de caixa na planilha eletrônica;

III. Os alunos serão orientados a checarem a realidade do projeto configurado com profissionais do mercado e mesmo outros professores, identificando possíveis riscos que ameacem um bom retorno para o investidor e qual a chance de ocorrerem.

AULA III - Emissão dos relatórios de avaliação do projeto

Disciplinas combinadas: Administração e Matemática

Duração: 2h30min.

Objetivos específicos:

- Analisar os riscos e a sensibilidade do projeto a partir de diferentes premissas de mercado e de cenários macroeconômicos
- Emitir parecer de avaliação do projeto
- Autoavaliação discente

Conteúdos:

- Tendências de mercado e tecnológicas
- Cenários econômicos
- Análise de risco e de sensibilidade
- Funcionalidades da planilha para simulação econômica-financeira dos diferentes cenários e análise de riscos
- Estimativas
- Probabilidade

Dinâmicas:

I. Os grupos relatarão os comentários das pessoas consultadas sobre as premissas e os riscos dos projetos

II. A partir do que relataram os grupos, problematiza-se com a turma os possíveis cenários econômicos a ocorrerem durante o período de análise do projetos, assim como tendências de demanda e tecnológicas do mercado em que os projetos de investimento se inserem;

III. Os grupos, então, assumem premissas quantitativas para caracterizarem as variáveis conforme cenários econômicos e de mercado de cunho pessimista, esperado (projetado inicialmente) e otimista; neste momento, é trabalhado o tema das probabilidades de ocorrência dos possíveis quantitativos assumidos para uma variável; uma gama mais ampla de funcionalidades da planilha passam a ser utilizadas para que se possa operar a comparação dos diferentes cenários; a análise de riscos e de sensibilidade será compartilhada com toda a sala para validação, ficando consolidada com eventuais ajustes na planilha eletrônica;

IV. A sequência didática é fechada com os docentes tendo acesso *online* às produções dos alunos e reunindo os resultados de VPL e TIR obtidos pelos projetos de investimentos para elencá-los por ordem de preferência a partir de diferentes disponibilidades de capital; essa classificação é feita de forma dialogada com os alunos, retomando os conceitos trabalhados ao longo das três aulas.

Abaixo, segue a proposta de unidade didática que pode servir de apoio à aplicação da sequência didática apresentada acima.

UNIDADE DIDÁTICA

Fluxo de Caixa: estruturando, analisando e comparando projetos de investimento produtivo em planilha eletrônica

1ª AULA

Para começar, vamos refletir sobre as seguintes questões:

- O que são investimentos produtivos?
- O que define o momento adequado para se realizar um investimento?
- Como se analisa a viabilidade de um investimento produtivo?

- Como se calcula o possível retorno financeiro de um investimento produtivo?

Figura 1 - Exemplo de maquinário produtivo

Fonte: <https://jovempan.uol.com.br/programas/jornal-da-manha/industria-de-maquinas-e-equipamentos-cresce-158-em-fevereiro.html>, acesso em: 15/06/2019.

Fluxo de Caixa de um Investimento Produtivo - é a série temporal dos valores líquidos de caixa gerados por um projeto de investimento.

Com o suporte de uma planilha eletrônica, vamos entender, discutir e aplicar as seguintes variáveis que compõem um fluxo de caixa:

- Saídas
    - Investimento inicial
    - Manutenção
    - Custos
    - Despesas
    - Impostos – sobre as receitas e sobre as rendas
    - Capital de giro
- Entradas
    - Receitas geradas pelo investimento
    - Venda do maquinário

- Caixa = Entradas – Saídas

		PROJETO A					
		ANO 0	ANO 1	ANO 2	ANO 3	ANO 4	ANO 5
				0%	0%	0%	0%
Receita			6.000	6.000	6.000	6.000	6.000
Imposto	20%		-1.200	-1.200	-1.200	-1.200	-1.200
Custo	55%		-3.300	-3.300	-3.300	-3.300	-3.300
Despesas	-200		-200	-200	-200	-200	-200
Depreciação	-200		-200	-200	-200	-200	-200
IR	30%	0	-330	-330	-330	-330	-330
Lucro Líquido		0	770	770	770	770	770
(+) Depreciação			200	200	200	200	200
(-) Invest. Imobil.		-1.800	-100	-100	-100	-400	-400
(-) Invest. K Giro	3%		-180	0	0	0	0
FCL		-1.800	690	870	870	570	570
Valor Residual							3.800
FCL + Vlr Resid.		-1.800	690	870	870	570	4.370
C.C.	15%						
VPL	2.528						
TIR	49,8%						

Figura 2 – Exemplo de fluxo de caixa em planilha eletrônica

Fonte: Material da disciplina Análise de Investimento do Bacharelado em Administração da Faculdade de Economia e Administração da Universidade de São Paulo.

Análise do fluxo de caixa de um investimento produtivo

- O papel das estimativas e das premissas assumidas
- Conceitos-chave
    - Custo de Oportunidade & Custo de capital ou Taxa de Desconto
    - Valor residual
- Principais indicadores financeiros de referência
    - Valor Presente Líquido (VPL)
    - Taxa Interna de Retorno (TIR)
- Análise de sensibilidade
    - Cenários econômicos e de mercado: esperado, pessimista e otimista
    - Riscos (tecnológicos, políticos/regulatórios, do mercado de atuação, etc.)

Proposta de atividade - Estruturando um projeto de investimento

Nesta atividade você e seus colegas de turma formarão grupos de até 5 membros. Cada grupo ficará responsável pela estruturação e análise de um investimento produtivo na

área de formação técnica do curso em que estão matriculados.

Até a próxima aula, os grupos formados deverão ter definido um projeto de investimento produtivo e, o quanto possível, já irem montando a série temporal das variáveis que compõem o fluxo de caixa. A ideia é, preferencialmente, estruturar um projeto com valores reais, buscando informações e dados junto a profissionais de mercado, servidores públicos e especialistas, internet e os próprios docentes do curso. Na próxima aula, um professor da área de Produção auxiliará os grupos na estruturação e finalização dos fluxos de caixa.

Um dos grandes desafios desta atividade é caracterizarem e levarem em conta três diferentes cenários econômicos e seus efeitos sobre o mercado em que o projeto de investimento se insere. Qual o cenário mais provável ou esperado para o período de análise do projeto? Qual a taxa de crescimento da economia esperada e o que esse crescimento representa para o mercado do projeto? Qual cenário pessimista e qual cenário otimista também podem ocorrer nesse período? Como afetam as variáveis do projeto? Procurem refletir sobre estas questões, buscar informações em notícias e outras fontes, também aproveitando os diálogos com as pessoas consultadas para caracterizarem esses possíveis cenários.

Os livros indicados ao final desta unidade didática e outros similares servem como fonte para melhor entenderem os conceitos com que terão de lidar nesta atividade.

2ª AULA

Vamos começar a aula com os grupos informando qual investimento escolheram para estruturar e analisar. Por que o escolheram? Já levantaram dados e informações para montarem o fluxo de caixa? Quais dificuldades encontraram ou estão encontrando?

O professor da área de Produção auxiliará os grupos para avançarem na montagem do fluxo de caixa em bases o mais possível realistas. O professor de Matemática checará com os alunos a aplicação das funcionalidades da planilha eletrônica em que sendo montado o fluxo de caixa. Utilizem esta aula também para buscas à internet e para discussões e definições em grupo sobre o fluxo de caixa em estruturação.

Cada grupo deve terminar a aula com uma identificação clara sobre quais dados e informações restam para serem buscadas junto a profissionais e especialistas ou que necessitam de mais pesquisas para poderem caracterizar devidamente cada variável do fluxo de caixa e cenários de análise.

3ª AULA: Apresentação e comparação dos projetos

Cada grupo deve apresentar para a turma o projeto estruturado, os índices financeiros obtidos em cada cenário econômico projetado assim como os riscos do projeto. Aproveite as apresentações dos grupos para completar o quadro de caracterização dos projetos abaixo.

Projeto	Investimento	Cenário	Probabilidade	VPL	TIR	Considerações
A.	R$	Pessimista	%	R$	%	
		Esperado	%	R$	%	
		Otimista	%	R$	%	
B.	R$	Pessimista	%	R$	%	
		Esperado	%	R$	%	
		Otimista	%	R$	%	
C.	R$	Pessimista	%	R$	%	
		Esperado	%	R$	%	
		Otimista	%	R$	%	
D.	R$	Pessimista	%	R$	%	
		Esperado	%	R$	%	
		Otimista	%	R$	%	
E.	R$	Pessimista	%	R$	%	
		Esperado	%	R$	%	
		Otimista	%	R$	%	

Quadro 3 – Caracterização dos projetos estruturados

Fonte: Elaborado pelo mestrando.

Selecionando projetos a partir de disponibilidades de capital para investimento

A tabela abaixo auxilia o registro das decisões sobre quais projetos seriam financiados conforme diferentes disponibilidades de capital para investimento. Um possível critério para essas decisões é utilizar a média ponderada dos Valores Presentes Líquidos (VPL) e das Taxas Internas de Retorno (TIR) de cada projeto segundo as probabilidades de ocorrência dos diferentes cenários; outra opção é levar em conta apenas os índices dos cenários esperados de cada projeto, com os demais cenários servindo para uma ponderação qualitativa dos projetos como mais ou menos atraentes. Também pode ser interessante considerar a existência de projetos mutuamente excludentes. Este é o caso, por exemplo, de projetos concorrentes de uma empresa, em que a opção por um investimento faz com que outro deixe de ser uma opção por conta de o primeiro representar uma decisão tecnológica que impõe um padrão incompatível com o segundo.

Quais projetos selecionaremos conforme diferentes montantes disponíveis para investimento?

Montante disponível	Projetos selecionados	Justificativas
R$		
R$		
R$		

Quadro 4 – Selecionando projetos para diferentes montantes disponíveis

Fonte: Elaborado pelo mestrando.

5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho pedagógico com o fluxo de caixa apresenta alto potencial de contribuição para uma formação técnica omnilateral, mostrando-se tópico com grande interdisciplinaridade, sobretudo se planejado de forma integrada entre os docentes da educação profissional de Matemática, Administração e Produção. O uso de planilhas eletrônicas na sequência didática também apresenta grande valor formativo, no sentido de familiarizar os alunos com o uso de uma ferramenta profissional eletrônica aplicada diariamente em empresas e instituições públicas. Num mundo em crescente financeirização econômica, trabalhar a Matemática Financeira com o intuito da formação omnilateral se traduz em atividades que integram diferentes áreas do conhecimento, fortalecendo a capacidade técnica, crítica e analítica dos alunos.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018.

FERREIRA, J. A. S. **Finanças Corporativas**: conceitos e aplicações. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2005

FRIGOTTO, Gaudêncio; CIAVATTA, Maria; RAMOS, Marise; GOMES, Cláudio. Introdução. In: Colóquio Produção de conhecimentos de ensino médio integrado: dimensões epistemológicas e político-pedagógicas, 2010, Rio de Janeiro. **Anais [...]**. Rio de Janeiro: Escola Politécnica de Saúde Joaquim Venâncio/Fiocruz, 2014, p. 11-18.

GITMAN, L. J. **Princípios de Administração Financeira**. 10. ed. São Paulo: Habra, 2004. 776 p.

HILU, Luciane; LUPION TORRES, Patricia; BEHRENS, Marilda Aparecida. REA (Recursos Educacionais Abertos) – conhecimentos e (des) conhecimentos. **Revista e-Curriculum**, v. 13, n. 1, 2015.

KAPLÚN, Gabriel. Material educativo: a experiência de aprendizado. **Comun Educ.** 2003; 9(27):46-60.

LISAUSKAS, Fabio Ferrite. **A Matemática Financeira no Ensino Médio**: identificação dos conceitos-chave e de possíveis formas de trabalho pedagógico. 2018. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Claretiano - Rede de Educação, Ribeirão Preto - SP, 2018.

PICONEZ, Stela Conceição Bertholo; NAKASHIMA, R. H. R. Formação permanente de educadores, REA e integração dos conhecimentos. In: Alexandra Okada. (Org.). **Recursos Educacionais Abertos & Redes Sociais**. 1ed. São Luis: EDUEMA, 2013, p. 279-293.

RAMOS, M. N. Concepção do Ensino médio integrado. *In.* ARAÚJO, R. M. L.; PORTO, A. N.; TEODORO, E. G. (orgs.). **O Ensino M**édio **Integrado no Pará como política pública**. Belém: Seduc, 2009.

SANTOS, R. P.; VEIGA, J.; SÁ, I. P. Conceitos Básicos da Matemática Financeira e sua Relação com os Conteúdos Tradicionais da Matemática. **Revista Eletrônica Teccen**, Vassouras, v. 4, n.2, p. 25-48, mai./ago., 2011.

SAVIANI, D. Trabalho e educação: fundamentos ontológicos e históricos. **Revista Brasileira de Educação**, Campinas, v.12, n.32, p. 152-180, jan./abr. 2007.

VANNUCCI, L. R. **Matemática Financeira e Engenharia Econômica**: princípios e aplicações. 2ª ed. São Paulo: Blucher, 2017.

VENTURINI, Jamila. **Recursos Educacionais Abertos no Brasil**: o campo, os recursos e sua apropriação em sala de aula. Reunião de Especialistas TIC Educação. Ação Educativa, 2014. Apresentação de Oficina.

CAPÍTULO 3

TECENDO CAMINHOS PARA O LETRAMENTO MATEMÁTICO, NOS ANOS INICIAIS: EXPLORAÇÃO, RESOLUÇÃO E PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS

Data de aceite: 01/08/2022
Data de submissão: 20/06/2022

Kátia Joana de Queiroz
Universidade Estadual da Paraíba, Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECEM)
Campina Grande, Paraíba
http://lattes.cnpq.br/7290516596690049

Silvanio de Andrade
Universidade Estadual da Paraíba, Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECEM)
Campina Grande, Paraíba
http://lattes.cnpq.br/8695612846450802

RESUMO: Esse artigo é parte de uma pesquisa de mestrado em desenvolvimento, vem trazer reflexões sobre a importância do Letramento Matemático mediado pela metodologia de Resolução de Problemas nos anos iniciais. O letramento exige do aluno compreender e manipular uma série de informações e dados em diferentes suportes e registros, diante de uma série de situações, podendo reproduzí-los e aplicá-los. A resolução de problemas na perspectiva da Exploração, Resolução e Proposição de Problemas, toma situações problemas que não são resolvidas de uma maneira tradicional e metódica, mas que envolvem a problematização do conhecimento matemático. Em ambas as temáticas estudadas, o sentido da aprendizagem matemática está na formação para a cidadania, isso está relacionado ao enfrentamento de situações da vida real com desenvoltura, sabendo posicionar-se de maneira reflexiva e crítica em diversas circunstâncias sociais. A pesquisa buscou fundamentos em Andrade (2017), Onuchic (2014), Serrazina (2021), trazendo considerações sobre o Letramento Matemático, a partir de Smole, Diniz (2001), e a proposta para a melhoria do processo ensino-aprendizagem a partir de gêneros da Literatura Infantil. Discussões e apontamentos sobre Resolução de Problemas contribuem para uma melhor condução do processo ensino-aprendizagem e o repensar da prática metodológica do professor que ensina Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.

PALAVRAS-CHAVE: Resolução de Problemas. Letramento matemático. Anos iniciais.

WEAVING PATHS TO MATHEMATICAL LITERACY, IN THE EARLY YEARS: EXPLORATION, PROBLEM SOLVING AND POSING

ABSTRACT: This article is part of a master's research in development, it brings reflections on the importance of Mathematical Literacy mediated by the Problem Solving methodology in the early years. Literacy requires the student to understand and manipulate a series of information and data in different supports and records, in a series of situations, being able to reproduce and apply them. Problem solving from the perspective of Exploration, Problem Solving and Posing, takes problem situations that are not solved in a traditional and methodical way,

but that involve the problematization of mathematical knowledge. In both studied themes, the meaning of mathematical learning lies in training for citizenship, this is related to coping with real-life situations with ease, knowing how to position oneself in a reflective and critical way in different social circumstances. The research sought foundations in Andrade (2017), Onuchic (2014), Serrazina (2021), bringing considerations about Mathematical Literacy, from Smole, Diniz (2001), and the proposal to improve the teaching-learning process from genres of Children's Literature. Discussions and notes on Problem Solving contribute to a better conduct of the teaching-learning process and the rethinking of the methodological practice of the teacher who teaches Mathematics in the early years of elementary school.
KEYWORDS: Problem Solving. Mathematical literacy. Early years.

1 | INTRODUÇÃO

A Matemática, foi tradicionalmente estudada isolada dos demais conteúdos e da realidade dos alunos, ao trazer conceitos prontos e acabados, fórmulas elaboradas, pode-se pensar que esse seria um dos motivos pelos quais os alunos sentem-se despreparados para resolver situações problemas em matemática na vida real. Essa segregação matemática, é alimentada pelo caráter repetitivo e monótono das aulas de matemática, há necessidade de uma reflexão constante sobre o conhecimento matemático com maneiras dialógicas em sala de aula e conexão do fazer matemático com as atividades reais das crianças, contribuindo assim para despertar o interesse e a autonomia da criança.

O distanciamento entre o aluno e a linguagem matemática pode ser um entrave a aprendizagem matemática. São necessários mecanismos de apropriação não de maneira imposta verticalmente, de cima para baixo, porém um trabalho de familiarização, com a linguagem matemática. Para isso, auxiliam as propostas de letramento e comunicação matemática e a resolução de problemas.

Discutir uma aprendizagem que leve a compreensão matemática é fundamental nos anos iniciais, de forma que que o aluno encontre sentido no que é proposto nas aulas. A aprendizagem matemática inclui um processo ativo do aluno que realiza experiências pessoais, com os colegas e com o professor, e outras pessoas (SERRAZINA, 2021). Constituem atividades significativas onde os alunos possam fazer relações entre os conhecimentos já adquiridos e novos conceitos e que possam usar novos conhecimentos em diferentes situações, dentro ou fora da escola.

O presente estudo está organizado da seguinte forma, inicialmente discute-se sobre Resolução de Problemas, pois é um percurso inovador para os anos iniciais. Depois, são realizados apontamentos sobre o Letramento Matemático e como procede pela abordagem da Exploração, Resolução e Proposição de problemas. Em seguida, a fundamentação do caminho metodológico da Exploração, Resolução e Proposição de problemas através da inserção das narrativas da Literatura Infantil para o ensino nos anos iniciais do ensino fundamental.

2 I RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A complexidade da aprendizagem da leitura e escrita matemática exige a reflexão constante sobre o processo ensino-aprendizagem, essa questão é preocupante nos anos iniciais do Ensino Fundamental. É nesse momento que o professor se encontra desafiado a atender a soma de competências e habilidades necessárias, e surge a pergunta: Como desenvolver em sala de aula um processo de Letramento Matemático que atenda às necessidades do aluno?

Uma proposta que se apresenta interessante para os anos iniciais, é a resolução de problemas, entretanto essa ferramenta não está voltada para o domínio de um algoritmo previamente estabelecido, como é comum acontecer. A concepção da Resolução de Problemas explicita todo um processo, e não o produto, onde esse percurso se dá pela investigação. Diante de uma situação dada ou mais, o aluno terá que compreender o que está proposto e buscar meios de resolvê-la, fazer planos, elaborar estratégias e executá-las, em seguida, ele pode verificar tudo o que foi realizado (POLYA, 1995).

A Resolução de Problemas é uma abordagem teórica e metodológica, para entendê-la é preciso conhecer alguns pressupostos, Onuchic (2014) distingue três fenômenos: ensinar para resolver problemas, ensinar sobre resolução de problemas e ensinar via resolução de problemas. A primeira categoria ensinar para resolver problemas, trata da aplicação do conhecimento matemático com o sentido mais utilitário em que se ensina o procedimento e depois a teoria.

Ensinar para resolver problemas é uma prática tradicional que acontece há muitos anos no ensino nas escolas, entretanto, nesse caso, ensina-se o modelo padrão para depois resolver problemas. O aluno é preparado a priori para resolver problemas posteriormente, para isso ele tem que conhecer e dominar as ferramentas necessárias. Essa ideia vem sendo contraposta a outra perspectiva, na qual o aluno pode enfrentar situações problemas em qualquer momento do processo ensino e aprendizagem de Matemática, no início quando o professor objetiva introduzir um conteúdo, no meio do percurso, quando acontece o acompanhamento da aprendizagem e os aprofundamentos necessários no final.

A segunda categoria é ensinar sobre resolução de problemas na qual se discute o método de resolução constituído por Polya (1995); e, ensinar via resolução de problemas no qual se aprende fazendo matemática no contexto de situações problemas.

Na concepção de Serrazina (2017, p.60), "...um problema é uma situação para a qual se procura uma solução, não existindo à partida um procedimento que conduza a essa solução." A abordagem do problema em sala de aula é considerada como um início e não um fim em si mesmo. No ensino convencional prioriza-se a técnica em detrimento do próprio conhecimento, na maioria das vezes o professor ensina o algoritmo, e quando os alunos demonstrarem um certo domínio sobre ele serão, então, aplicadas as situações problemas na turma. Esse procedimento utilizado por muitos anos de escolaridade não tem

provocado a consolidação do conhecimento matemático, pois o mecanismo repetitivo não leva a refletir e a utilizar o saber nas práticas sociais.

Para Andrade (2017), o problema é entendido como o princípio da teoria, nesse caso a teoria seria a resposta formal para uma questão. E assim, deve refletir o processo ensino e aprendizagem, a construção de um conceito pode se dá a partir de uma situação problema e do desdobramento dela em várias outros problemas dependendo das ideias matemáticas que se queira trabalhar.

Compreende-se a Exploração, Resolução e Proposição de Problemas além do problema e da solução (Andrade, 2017). É um caminhar reflexivo pelas vias da heurística, na tentativa e insistência contínua pelo conhecimento. A construção do conhecimento matemático é algo preponderante para o sujeito em comum com toda a sociedade em que ele vive, e o importante é a aprendizagem envolvida, na mudança de comportamento do sujeito, como ser individual e coletivo desempenhando o rico processo de trabalho, reflexão e síntese.

Nessa perspectiva, a Resolução de Problemas procura desconstruir a ideia de que o ensino de Matemática mecânico e repetitivo, desintegrado do meio sócio-cultural do aluno. Não existem regras prontas sobre a Resolução de Problemas, existem estudos teóricos aprofundados que orientam sobre aspectos fundamentais nesse âmbito. Para Andrade (2017), a Exploração, Resolução e Proposição de problemas leva em consideração a "multicontextualidade". No planejamento, o professor deve considerar o universo da sala de aula, essa sala é um ambiente recheado de realidades, um laboratório de conhecimentos. Com base nisso, na prática cotidiana surge o envolvimento ação-reflexão-ação que encaminha novos olhares e novas decisões, onde todos os alunos são partícipes, protagonistas no desenvolvimento da inteligência e do conhecimento.

3 | LETRAMENTO MATEMÁTICO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Nos anos iniciais do ensino fundamental, o domínio da leitura, escrita e matemática são preocupações atenuantes dos professores, os quais se veem desafiados com as dificuldades dos alunos. A relação entre língua materna e linguagem matemática simplesmente acontece, embora suponha-se que essa relação não fique clara, devido a ênfase na linguagem matemática nas aulas, com cálculos, treinos e aplicações.

A língua materna complementa a estruturação do saber matemático e através da escrita compõe-se uma teoria, assim como acontece nas outras ciências. Para aprender Matemática é preciso ler, assim como aprender a ler a própria Matemática (SMOLE; DINIZ, 2001). Nessa área, os textos são específicos onde há uma combinação de enunciados e simbologias, a linguagem matemática é singularmente apreendida a partir da proporção de vivências significativas ao aluno. A leitura em Matemática deve ter um sentido para o aluno, atender a certos fins incluindo o uso social, normalmente utiliza-se a leitura para atender

determinados requisitos prévios, necessidade de informação ou para o próprio deleite do leitor.

O letramento está presente não só na vida escolar, encontra-se em contextos múltiplos percorrendo toda a vida do indivíduo. A habilidade de ler e compreender a linguagem matemática com autonomia é construída pelas relações desencadeadas com o conhecimento. As ações de ler e escrever em Matemática são importantes nesse processo, a compreensão, a interpretação e a comunicação são fatores inerentes no a apreciação da linguagem matemática.

> [...] os significados das coisas do mundo não se encontram nos objetos, nem no sujeito, mas são construídos pelas relações estabelecidas por ele ao estar com-os-objetos e com-os-outros. Ao compreender e interpretar, o homem desenvolve significados, os quais são expressos, ou seja, são comunicados. Assim, ao pensar sobre aquilo que percebe, o ser humano sente, intui, imagina, fantasia e organiza seu pensamento por meio de comparações, de diferenças e de semelhanças vivenciadas. Quando organiza seu pensar, ele o expõe em expressão, quer dizer, revela a inteligibilidade daquilo que compreendeu e interpretou; dessa forma, é que se dá a comunicação. (DANYLUK, 2015, p. 28-29)

Nas aulas de matemática, as crianças precisam ser levadas a refletirem sobre o conhecimento em meio a trocas dialógicas problematizadoras, alguns fatores devem ser levados em consideração para uma aprendizagem significativa, como a importância dos conhecimentos prévios e a socialização dos conhecimentos.

No processo de ensino e aprendizagem da Resolução de Problemas o uso da língua materna é fundamental, são nessas situações que se manifesta nitidamente a interação e onde surgem as notações entre símbolos e demais representações. A situação problema é um encontro plausível entre a linguagem materna e a linguagem matemática. Todavia, nem sempre os alunos que tem mais habilidades no domínio da língua portuguesa obtem o mesmo sucesso na resolução de problemas matemáticos.

As aulas de matemática tradicionais não enfatizam a leitura e nem o uso do registro escrito da língua materna, sendo um ensino para o treino. Entretanto, um ensino voltado para o letramento matemático passa pela formação sócio-cultural, onde aprende a ler e escrever a matemática lendo e escrevendo de forma mais próxima da realidade e vivências, o aluno tem a oportunidade de aprender pelas formas culturais de uso e pelas práticas do cotidiano.

Algumas vezes, pode parecer que a ideia de letramento possa ter amplos sentidos que às vezes provocam dúvidas. É preciso entender que as situações voltadas para o letramento matemático envolvem o sujeito em tarefas com significado, práticas de escrita matemática, objetivos de leitura matemática, compreensão de textos matemáticos e análise crítica desses textos e um fazer matemático voltado para o bem estar social.

Ao se remeter ao letramento matemático e alfabetização matemática, tem-se que estabelecer algumas distinções. A alfabetização matemática são iniciativas para leitura,

escrita e compreensão da quantificação, ordenação referente a linguagem matemática, especialmente voltadas para práticas escolares e do cotidiano. Já o letramento leva em conta todos esses fatores, voltados para a prática cotidiana tendo em vista um posicionamento crítico a respeito da leitura matemática de mundo. A alfabetização matemática e o letramento matemático são funcionalidades que podem ser desenvolvidas de maneira que uma complemente a outra, em conjunto. O letramento matemático crítico refere-se a leitura e escrita matemática numa perspectiva política, ao desvendar fatos e ao desmistificar dados pode-se problematizar a realidade.

A metodologia de Exploração, Resolução e Proposição de problemas vem criar relações construtivas com o Letramento Matemático, possibilitando uma melhor motivação dos alunos e o conhecimento novos conceitos. A proposição de problemas pode contribuir para desenvolver a autonomia de pensar matematicamente, porque é com tarefas de Proposição de situações problemas que o aluno é conduzido a fazer planos e tomar decisões. Essas articulações acabam por promover o uso de diferentes linguagens, a coordenação de habilidades de leitura e escrita e a organização dos conceitos envolvidos.

> É importante que, durante sua escolaridade, a criança, como leitora e produtora de textos, possa realizar diferentes experiências com a escrita, em diferentes áreas do conhecimento, inclusive na matemática. Para tanto, é preciso que as crianças reconheçam as diferentes funções da escrita, como permitir expressar idéias, contar histórias, relatar e conservar traços, proporcionar prazer em inventar, construir um texto, compreender seu funcionamento, buscar palavras adequadas a ele, vencer dificuldades encontradas, encontrar o tipo de escrita e a formulação mais adequada à situação proposta e, finalmente, ver o texto acabado e bem-apresentado [...] (CHICA, 2001, p.152)

A produção textual é um dos eixos do ensino fundamental, a princípio considerava-se restrita apenas as aulas de Língua Portuguesa, entretanto através da proposição de problemas a expressão escrita pode ser trabalhada juntamente com a leitura e escrita matemática. A proposição de problemas permite o aluno pôr em jogo a criatividade, ter um domínio maior sob conceitos e dados e permite-lhe expressar a sua produção de forma escrita e oral.

4 I METODOLOGIA DE EXPLORAÇÃO, RESOLUÇÃO E PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS E LETRAMENTO MATEMÁTICO: ABORDAGEM DE NARRATIVAS DA LITERATURA INFANTIL

A metodologia de Exploração Resolução e Proposição de Problemas é um percurso construtivo, que agrega em sua constituição as trocas dialógicas entre os participantes do ato de aprendizagem. É importante conhecer alguns fatores que chamam atenção no caminho metodológico, como a importância da problematização na interação professor-aluno e aluno-aluno, o contexto do aluno e as vivências, a comunicação como veículo de

mediação e a Proposição de problemas, como um elemento potencializador da leitura e escrita matemática.

Nessa perspectiva da Exploração Resolução e Proposição de Problemas, o aluno aprende com as experiências e trocas com os pares. Para Diniz (2001), a problematização é uma característica da Resolução de Problemas, em processos investigativos de Resolução de Problemas, os alunos são a todo momento desafiados através de questionamentos que conduzem a reflexão e a descoberta. As situações problemas requerem atividades relacionadas ao pensamento e a interação, provocando um despertar matemático ao passo que listas imensas de exercícios de problemas convencionais não correspondem satisfatoriamente a essas expectativas.

> Nessa perspectiva de ensino e aprendizagem promover a comunicação em sala de aula é dar aos alunos uma possibilidade de organizar, explorar e esclarecer seus pensamentos. O nível ou o grau de compreensão de um conceito ou ideia está intimamente relacionado à comunicação eficiente desse conceito ou ideia. A compreensão é acentuada pela comunicação, do mesmo modo que a comunicação é realçada pela compreensão. (CÂNDIDO, 2001, p.16)

Esse processo de problematização deve conduzir a compreensão conceitual. Serrazina (2021), refere-se a aprendizagem matemática como um processo ativo do aluno ao realizar atividades com os colegas, professores e outras pessoas. Entende-se que para a autora a compreensão e a aprendizagem matemática não é uma experiência passiva em que o aluno só repete modelos, sozinho e isolado dos demais. A aprendizagem nas tarefas matemáticas acontece através de propostas desafiadoras que promovem a atitude ativa do aluno e que sejam geradoras de sentido; o pensar matemático acontece ao relacionar conhecimentos antigos com novos conhecimentos, a adaptação dos conhecimentos em diferentes situações e o posicionamento do aluno diante do que foi trabalhado podendo se comunicar de diferentes formas, (SERRAZINA, 2021).

Kilpatrick (2017, p.174) discute a metacognição, o processo de metacognição é importante pois dá ao aluno um controle sobre pensamentos e ações diante da resolução de situações problemas. A metacognição, é portanto, uma aliada a compreensão matemática. A metacognição auxilia também na ativação da linguagem matemática, pois através dela o aluno passa a rever todos os passos dando justificativas e argumentos para a resolução de problemas.

A natureza multicontextual, da Exploração, Resolução e Proposição de Problemas lembra ideias de caráter sociocultural de Vygotsky, pois leva-se em consideração o aluno, os conhecimentos e o entorno. O indivíduo não se desenvolve sozinho são nas interações que as estruturas de pensamento vão sendo moldadas no desenvolvimento do pensamento matemático. Parte-se do que o aluno sabe, encaminham-se conhecimentos os quais ele ainda não domina para o desenvolvimento potencial do aluno.

Assim, nesse percurso a comunicação e a linguagem estão associadas a atividade

matemática com resolução de problemas. O uso fala torna-se um marco de evolução da espécie humana, pois permite o ser humano ter um controle sobre próprias ações no meio em que se situa, comunicar-se com o outro e estruturar o pensamento complexo (VYGOTSKY, 1991). A possibilidade de comunicar auxilia na compreensão de todo percurso desenvolvido, o pensamento interno e a fala interna é exteriorizada dando margem ao uso da linguagem matemática para aquisição de competências.

Logo, se discute no âmbito da Resolução de Problemas nas aulas de matemática e Letramento Matemático as formas de comunicação como promotoras da aprendizagem. O primeiro elemento de comunicação nas aulas de matemática é a leitura, apesar de que ela não seja devidamente reconhecida no ensino de matemática. Pois, é comum se priorizar os modelos e os resultados. A ideia de leitura em matemática carece de mais discussões, pois as pessoas enfrentam dificuldades em compreender informações matemáticas de textos de outros contextos, não conseguindo usar o conhecimento matemático a favor de leituras diversas. Isso, é um sinal da falta de um trabalho voltado para o Letramento Matemático que aborde as práticas sociais de leitura e escrita matemáticas.

Fonseca e Cardoso (2009), sugerem que as estratégias de leitura matemática sejam trabalhadas, termos específicos da matemática sejam conhecidos e desvendar as ambiguidades desses textos. As autoras pontuam é que a leitura em matemática realizada na escola se distancia da leitura que acontece na vida real, é necessário criar aproximações embora a didatização dos processos camufle o sentido social das tarefas.

Diante disso, é preciso que o aluno vivencie momentos de comunicação matemática no decorrer do processo escolar, por meio da fala, escrita e desenhos, sabendo atuar nesses campos e expressar adequadamente o conhecimento matemático. Ler, escrever, interpretar e operar o conhecimento matemático são habilidades preponderantes a serem desenvolvidas nos primeiros anos. Propostas de proposição de problemas correspondem as necessidades a serem desenvolvidas no letramento matemático, pois articulam diferentes competências.

Pensando nos anos iniciais do Ensino Fundamental, em que os alunos se encontram diante da dificuldade da leitura matemática e na rotina de resolução de problemas dos livros geralmente soltos sem a contextualização de uma temática. E ao objetivar buscar algo que aliasse conhecimentos prévios aos novos conhecimentos e trouxesse a possibilidade de problematizar a realidade social, foi pensada na proposta de Resolução de Problemas a partir da Literatura Infantil.

A opção pelas histórias da Literatura Infantil deveu-se por despertar o interesse nessa fase, por fazer parte da idealização de um mundo imaginário e do faz de conta por parte da criança, que são aspectos bem característicos dos anos iniciais. Essas narrativas caem facilmente desde muito cedo no gosto das crianças, por serem boas ouvintes em contos e recontos de enredos.

As obras da Literatura Infantil são acessíveis nas escolas, e precisam ir além

de momentos isolados de leitura, de forma a despertar outros olhares. Como Montoito (2019), defende que é necessário colocar óculos matemáticos para enxergar a matemática presente nas histórias, não se restringindo apenas ao lado da trama propriamente dita. E acrescenta-se ainda outra ideia, uma visão também para o lado sócio-cultural das narrativas, os conflitos, as situações de violência, a violação dos direitos a vida, a segurança e a igualdade.

No caso da pesquisa proposta, tem por base a contação de narrativas da Literatura Infantil, a discussão dos fatos da história, a par disso haverá a didatização voltada para a Resolução de problemas matemáticos com os planos de atividades. As tarefas propostas na elaboração do plano de atividades contemplarão os conceitos de multiplicação e divisão no contexto das histórias.

5 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

A aprendizagem por meio da Exploração, Resolução e Proposição de problemas é um meio que vem a contribuir com o ensino nos anos iniciais do Ensino Fundamental, pois nos pressupostos traz elementos favorecem o letramento matemático, como o incentivo a compreensão através problematização, o foco na realidade sócio-cultural do aluno contextualizando o ensino da matemática e a importância da comunicação nas aulas de matemática. O procedimento da problematização permite o aluno refletir sobre o conhecimento e abre espaço para que o mesmo possa exteriorizar o pensar matemático diante de situações contextualizadas e voltadas para práticas sociais.

O estudo discutido tem por base problematizar a realidade do aluno e vivências e a construção de um pensar matemático para a vida. Esses recursos são aplicáveis em diferentes níveis de desenvolvimento da criança e servem para potencializar processos letramento matemático favorecendo o entendimento da linguagem matemática e uso em diferentes práticas.

O professor dos anos iniciais do ensino fundamental pode investir em estratégias de leitura e escrita matemática na Exploração, Resolução e Proposição de problemas. A proposição de problemas potencializa os aspectos comunicativos da matemática pois conta com a participação da leitura, escrita e oralidade, bem como pode fortalecer a estruturação do conhecimento matemático.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, S. Um caminhar crítico reflexivo sobre Resolução, Exploração e Proposição de Problemas Matemáticos no Cotidiano da Sala de Aula. In: ONUCHIC, L. R.; JUNIOR, L. C.; PIRONEL, M. (Orgs). **Perspectivas para resolução de problemas**. 1 ed. São Paulo: Livraria da Física, 2017. p. 355-395.

CÂNDIDO, P. T. Comunicação em matemática. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (orgs). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 15-28.

CHICA, C. H. Por que formular problemas? In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (orgs). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 151-173.

DANYLUK, O. S. **Alfabetização matemática: as primeiras manifestações da escrita infantil**. 5 ed. Passo Fundo: Universidade de Passo Fundo. 2015.

DINIZ, M. I. Resolução de problemas e comunicação. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (orgs). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 87-97.

FONSECA; M. C. F. R.; CARDOSO, C. A. Educação matemática e letramento: textos para ensinar matemática, matemática para ler o texto. In: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E (orgs). **Escritas e leituras na educação matemática**. 1 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. p. 63-76.

KILPATRICK, J. Reformulando: Abordando a Resolução de Problemas como investigação. In: ONUCHIC, L. R.; JUNIOR, L. C. L.; PIRONEL, M. (Orgs). **Perspectivas para resolução de problemas**. 1 ed. São Paulo: Livraria da Física, 2017. p. 85-107.

MONTOITO, R. Entrelugares: pequeno inventário inventado sobre matemática e literatura. **Bolema**, Rio Claro/SP, v. 33, n. 64, p. 892-915, ago, 2019. Disponível em: https://www.scielo.br/j/bolema/a/VRtzcRJtLW3Q4btg8VWS5Dy/abstract/?lang=pt. Acesso em: set 2021.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de matemática: por que através da resolução de problemas? In: ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (orgs). **Resolução de problemas: teoria e prática**. 1 ed. São Paulo: Livraria da Física, 2017. Jundiaí: Paco editorial, 2014. p. 35-52.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

SERRAZINA, L. Aprender matemática com compreensão: raciocínio matemático e ensino exploratório. **TEIA**, Pernambuco, v. 12, n 3, p. 2-19, jul, 2021. Disponível em: https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/250302/pdf_1. Acesso em: set 2021.

SERRAZINA, L. Resolução de Problemas e Formação de Professores: um olhar sobre a situação em Portugal. In: In: ONUCHIC, L. R.; JUNIOR, L. C. L.; PIRONEL, M. (Orgs). **Perspectivas para resolução de problemas**. 1 ed. São Paulo: Livraria da Física, 2017. p. 55-83.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. Ler e aprender matemática. In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I, (orgs). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 69-86.

VYGOTSKI, L. **A formação social da mente**. 4ed. São Paulo: Livraria Martins Fontes Ltda, 1991.

CAPÍTULO 4

UM MÉTODO DE PONTOS INTERIORES PARA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS LINEARES DISCRETOS MAL-POSTOS

Data de aceite: 01/08/2022

Emídio Santos Portilho Júnior
CECE/UNIOESTE
Foz do Iguaçu, PR

Aurelio Ribeiro Leite de Oliveira
IMECC/UNICAMP
Campinas, PR

RESUMO: Dada a importancia e a dificuldade em se obter resultados satisfatórios via métodos diretos para solução de problemas lineares discretos mal-postos oriundos da discretização de problemas inversos lineares. Neste trabalho, nós retomamos o método de pontos interiores do tipo Preditor-Corretor apresentado em [5] que aproxima o problema de regularização de Tikhonov por um problema de programação quadrática através de uma formulação Primal-Dual com barreira logarítmica. Este método Preditor-Corretor nos leva a sistemas de equações normais que são resolvidos pelo método dos gradientes conjugados precondicinado com o precondiconador separador. Neste trabalho, a fim de reduzir o número de iteraçoes de pontos interiores e do método dos gradientes conjugados precondicionado [8], propomos a utilização do precondicionador Fatoração Controlada de Cholesky [1].

PALAVRAS-CHAVE: Regularização de Tikhonov, Programação Quadrática, Métodos de Pontos Interiores.

1 I INTRODUÇÃO

A discretização de um problema inverso comumente fornece um sistema linear de equações

$$Ax = b,\ A \in \mathbb{R}^{m\times n},\ x \in \mathbb{R}^n,\ b \in \mathbb{R}^m \quad (1)$$

Quando os valores singulares da matriz dos coeficientes deste sistema se acumulam próximos à origem e decaem gradualmente a zero, isso torna a matriz severamente mal-condicionada. Tais sistemas são frequentemente chamados de problemas lineares discretos e mal-postos [6].

O método de regularização de Tikhonov é um dos mais antigos e mais populares métodos de regularização. Este método aproxima o sistema linear (1) pelo sistema regularizado

$$(A^T A + \alpha^2 I)x = A^T b, \quad (2)$$

onde $\alpha \geq 0$ é o parâmetro de regularização que determina a quantidade de regularização e I é o operador identidade.

Em muitos problemas, a matriz A tem muitos valores singulares pequenos, o que acaba acarretando um mal condicionamento da matriz A e consequentemente de $A^T A$, visto que os autovalores de $A^T A$ são os valores singulares de A elevados ao quadrado. Além disso, em geral o vetor b está contaminado por erros de medidas (ruídos). Neste trabalho, assumiremos que os erros estão restritos ao lado direito do sistema (1), isto é, dado b podemos escrever

$$b = \bar{b} + \mathbf{e} \qquad \bar{b} = A\bar{x},$$

onde $\bar{b}$ representa os dados exatos não perturbados, $\bar{x} = A^{\dagger}\bar{b}$ representa a solução exata e o vetor e representa os erros nos dados.

A solução x de um problema mal-posto obtida via métodos diretos está com frequência associada a um valor elevado de $||x||_2$, veja [7]. Em vista disso o método apresentado por Tikhonov e Arsenin em [7] tem por objetivo obter soluções do sistema de equações lineares $Ax = b$ com norma pequena, do que é proposto resolver o problema de minimização:

$$\min_{x} ||x||_2, \text{ sujeito a } \quad ||b - Ax||_2 \quad \leq \mathbf{T}_0 \tag{3}$$

onde $\mathbf{T}_0$ é o valor máximo da norma do resíduo que estamos dispostos a aceitar. Sendo assim, estamos diante de um problema de minimização com restrições de desigualdade.

No trabalho [5], o problema de minimização (3) foi aproximado por um problema de programação quadrática através de uma formulação Primal-Dual que deu origem a um método Preditor-Corretor capaz de obter uma solução para o problema de minimização (3). Este método Preditor-Corretor da origem a sistemas de equações normais que são resolvidos via método dos gradientes conjugados precondicinado com o precondiconador separador. Neste trabalho, a fim de reduzir o número de iterações de pontos interiores e do método dos gradientes conjugados precon- dicionado [8], propomos a utilização do precondicionador Fatoração Controlada de Cholesky [1].

2 I MÉTODOS DE PONTOS INTERIORES

Em [5], para desenvolver o método de pontos interiores (MPI) para o problema de regularização de Tikhonov, nós aproximamos o problema de minimização (3) pelo problema (4), que procura soluções com propriedades similares as requeridas pelo problema (3):

$$\begin{cases} \min\limits_{x,u,v} & \frac{\tau}{2}||x||_2^2 + e^T(u+v) \\ \text{sujeito a} & Ax + u - v = b. \\ & (u,v) \geq 0 \text{ e } x \in \mathbb{R}^n. \end{cases} \tag{4}$$

Trata-se de um problema de programação quadrática com restrições lineares, onde A é uma matriz de posto completo $m \times n$, b e x são vetores colunas de dimensões apropriadas. Além disso, e é um vetor com todas as entradas iguais a 1 e u e v são variáveis não negativas. O valor $\tau > 0$ representa um parâmetro de penalização para valores grandes de $||x||_2$.

Associado ao problema primal (4), temos o problema de programação quadrática dual:

$$\begin{cases} \max\limits_{x,y,z,w} & -\frac{\tau}{2}||x||^2 + y^T b \\ \text{sujeito a} & \tau x - A^T y = 0 \\ & e - y - z = 0 \\ & e + y - w = 0 \\ & (z, w) \geq 0 \text{ e } y \in \mathbb{R}^m. \end{cases} \quad (5)$$

Aplicando os mesmos passos de [9] aos problemas (4) e (5) obtemos um método de pontos interiores do tipo preditor-corretor cujo a estrutura é dada pelo Algoritmo 1.

Algoritmo 1: Etapas do PCM

Dados: $(x^0, u^0, v^0, y^0, z^0, w^0)$ com $(u^0, v^0, z^0, w^0) > 0$
Resultado: Solução do PCM
para k = 1, 2, ... faça

1. $\mu^k = \frac{u_k^T z_k + v_k^T w_k}{2n}$;
2. $\dot{q}^k = r_b^k + U^k(e - (Z^k)^{-1} r_z^k) + V^k(-e^k + (W^k)^{-1} r_w^k)$
3. $(\Theta^k)^{-1} = (Z^k)^{-1}(U^k) + (W^k)^{-1} V^k$
4. $\triangle x^{af} = (A^T \Theta^k A + \tau I_n)^{-1}(A^T \Theta^k \dot{q}^k + r_y^k)$
5. $\triangle y^{af} = \Theta^k(\dot{q}^k - A \triangle x^{af})$
6. $\triangle z^{af} = -r_z^k - \triangle y^{af}$
7. $\triangle w^{af} = \triangle y^{af} - r_w^k$
8. $\triangle u^{af} = -U^k e + (Z^k)^{-1} U^k r_z + (Z^k)^{-1} U^k \triangle y^{af}$
9. $\triangle v^{af} = -V^k e + (W^k)^{-1} V^k r_w - (W^k)^{-1} V^k \triangle y^{af}$
10. Obtenha α_u^{af}, α_v^{af}, α_z^{af} e α_w^{af}
11. $\alpha^{af} = \beta^k \min\left\{\alpha_u^{af}, \alpha_v^{af}, \alpha_z^{af}, \alpha_w^{af}\right\}$ onde $\beta^k \in (0, 1)$
12. $\mu_{af}^k = \frac{(u^k + \alpha_u^{af} \triangle u^{af})(z^k + \alpha_z^{af} \triangle z^{af}) + (v^k + \alpha_v^{af} \triangle v^{af})(w^k + \alpha_w^{af} \triangle w^{af})}{2n}$
13. $\sigma_k = \left(\frac{\mu_{af}^k}{\mu^k}\right)^3$
14. $\ddot{q} = (Z^k)^{-1}(-\sigma_k \mu^k e + \triangle U^{af} \triangle Z^{af} e) + (W^k)^{-1}(\sigma_k \mu^k e - \triangle V^{af} \triangle W^{af} e)$
15. $(\Theta^k)^{-1} = (Z^k)^{-1}(U^k) + (W^k)^{-1} V^k$
16. $\triangle x^{cc} = (A^T \Theta^k A + \tau I_n)^{-1}(A^T \Theta^k \ddot{q}^k)$
17. $\triangle y^{cc} = \Theta^k(\ddot{q}^k - A \triangle x^{cc})$
18. $\triangle z^{cc} = -\triangle y^{cc}$
19. $\triangle w^{cc} = \triangle y^{cc}$
20. $\triangle u^{cc} = (Z^k)^{-1}(\sigma_k \mu^k e - \triangle U^{af} \triangle Z^{af} e + U^k \triangle y^{cc})$
21. $\triangle v^{cc} = (W^k)^{-1}(\sigma_k \mu^k e - \triangle V^{af} \triangle W^{af} e - V^k \triangle y^{cc})$

22. Obtenha a direção de descida $d^k = d_k^{af} + d_k^{cc}$

23. Calcule o comprimento de passo $\alpha^k = \beta^k \min\{\rho_u, \rho_v, \rho_w, \rho_z\}$ onde:

$\beta^k \in (0,1)$, e $\rho_u = \min_i \left\{-\frac{u_i^k}{\triangle u_i^k} \mid \triangle u_i^k < 0\right\}$, $\rho_v = \min_i \left\{-\frac{v_i^k}{\triangle v_i^k} \mid \triangle v_i^k < 0\right\}$,

$\rho_w = \min_i \left\{-\frac{w_i^k}{\triangle w_i^k} \mid \triangle w_i^k < 0\right\}$, $\rho_z = \min_i \left\{-\frac{z_i^k}{\triangle z_i^k} \mid \triangle z_i^k < 0\right\}$;

24. $(\mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{y}_{k+1}) = (\mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k) + \alpha^k d^k$

fim

Neste algoritmo valem as seguintes igualdades: $\alpha_u^{af} = \text{argmax}\{\alpha \in (0,1] : u^k + \alpha \triangle u^{af} > 0\}$, $\alpha_v^{af} = \text{argmax}\{\alpha \in (0,1] : v^k + \alpha \triangle v^{af} > 0\}$, $\alpha_z^{af} = \text{argmax}\{\alpha \in (0,1] : z^k + \alpha \triangle z^{af} > 0\}$, $\alpha_w^{af} = \text{argmax}\{\alpha \in (0,1] : w^k + \alpha \triangle w^{af} > 0\}$, $Z^k = diag(z_1^k, z_2^k, \ldots, z_m^k)$, $U^k = diag(u_1^k, u_2^k, \ldots, u_m^k)$, $W^k = diag(w_1^k, w_2^k, \ldots, w_m^k)$, $V^k = diag(v_1^k, v_2^k, \ldots, v_m^k)$, $r_b^k = b - Ax^k - u^k + v^k$, $r_y^k = A^T y^k - \tau x^k$, $r_z^k = z^k + y^k - e$ e $r_w^k = w^k - y^k - e$.

Na etapa 4 do Algoritmo 1 nos deparamos com sistemas de equações normais. Para resolver tais sistemas utilizamos o Método dos Gradientes Conjugados Precondicionado (MGCP) [8].

Nós implementamos duas versões do Algoritmo 1, a primeira versão utilizando o precondicionador separador desenvolvido em [3]. Vamos nos referir a esta combinação como MPCLU. A segunda versão foi implementada utilizando a Fatoração Controlada de Cholesky proposta por [1]. A esta combinação iremos nos referir como MPCFCC.

Mais detalhes sobre as formulações MPCLU e MPCFCC podem ser encontras em [4].

3 I RESULTADOS NUMÉRICOS

Todos os resultados numéricos foram desenvolvidos em MATLAB R2013b com sistema operacional 64-bit Windows 10, processador Intel Core I7-8550U, 1.99 Ghz, 16 GB de memória RAM. Os códigos para calcular a discretização dos exemplos deste trabalho provêm dos pacotes disponibilizados em [2]. Consideramos que o lado direito dos sistemas está contaminado por ruídos, ou seja, $b = \bar{b} + \mathbf{e}$, em que $\mathbf{e}$ refere-se a um vetor aleatório normalizado escolhido de tal forma que $\|\mathbf{e}\| / \|\bar{b}\| = \epsilon > 0$. Iremos nos referir ao quociente $NL = \|\mathbf{e}\| / \|\bar{b}\|$ como nível de ruído. Para os testes numéricos assumimos $\tau = 5\ 10^{-3}$.

A fim de comparar a eficiência do MPCFCC e do MPCLU, iremos comparar os resultados obtidos por ambos os métodos na resolução dos problemas de teste Baart, Shaw e Phillips com níveis de ruído $NL = 10^{-3}$, $NL = 10^{-4}$ e $NL = 10^{-3}$ respectivamente. Nós testamos ambos os métodos para várias dimensões dos problemas de teste. Apresentamos os resultados nas tabelas a seguir:

Dimensão	It	Itgcp	Erd	Eri	t_{cpu}
250	8	148	$1,158 \times 10^{-1}$	$2,403 \times 10^{-4}$	$2,809 \times 10^{-1}$
500	9	129	$1,201 \times 10^{-1}$	$1,635 \times 10^{-4}$	$6,022 \times 10^{-1}$
1000	10	131	$7,760 \times 10^{-2}$	$5,332 \times 10^{-5}$	$2,841 \times 10^{+0}$
2000	10	131	$1,058 \times 10^{-1}$	$4,386 \times 10^{-4}$	$2,312 \times 10^{+1}$
5000	11	147	$1,101 \times 10^{-1}$	$2,134 \times 10^{-5}$	$5,811 \times 10^{+2}$

Tabela 1: MPCFCC aplicado à matriz de Baart.

Dimensão	It	Itgcp	Erd	Eri	t_{cpu}
250	9	148	$1,145 \times 10^{-1}$	$2,204 \times 10^{-4}$	$4,127 \times 10^{-1}$
500	11	158	$1,300 \times 10^{-1}$	$1,657 \times 10^{-4}$	$5,723 \times 10^{-1}$
1000	10	164	$1,573 \times 10^{-1}$	$6,239 \times 10^{-5}$	$1,742 \times 10^{+0}$
2000	12	201	$7,130 \times 10^{-2}$	$3,557 \times 10^{-5}$	$8,885 \times 10^{+0}$
5000	10	165	$8,060 \times 10^{-2}$	$3,120 \times 10^{-5}$	$5,365 \times 10^{+1}$

Tabela 2: MPCLU aplicado à matriz de Baart.

Dimensão	It	Itgcp	Erd	Eri	t_{cpu}
250	13	332	$3,250 \times 10^{-2}$	$1,474 \times 10^{-5}$	$3,200 \times 10^{-1}$
500	13	332	$3,360 \times 10^{-2}$	$9,887 \times 10^{-6}$	$7,339 \times 10^{-1}$
1000	14	354	$3,340 \times 10^{-2}$	$8,180 \times 10^{-6}$	$3,478 \times 10^{+0}$
2000	14	343	$3,350 \times 10^{-2}$	$6,793 \times 10^{-6}$	$2,598 \times 10^{+1}$
3000	15	372	$3,310 \times 10^{-2}$	$6,273 \times 10^{-7}$	$8,920 \times 10^{+1}$

Tabela 3: MPCFCC aplicado à matriz de Shaw.

Dimensão	It	Itgcp	Erd	Eri	t_{cpu}
250	12	344	$3,170 \times 10^{-2}$	$1,283 \times 10^{-5}$	$4,074 \times 10^{-1}$
500	12	337	$3,450 \times 10^{-2}$	$1,144 \times 10^{-5}$	$8,760 \times 10^{-1}$
1000	15	396	$3,230 \times 10^{-2}$	$5,710 \times 10^{-6}$	$4,019 \times 10^{+0}$
2000	14	356	$3,310 \times 10^{-2}$	$7,223 \times 10^{-6}$	$1,500 \times 10^{+1}$
3000	15	382	$3,360 \times 10^{-2}$	$6,546 \times 10^{-6}$	$3,363 \times 10^{+2}$

Tabela 4: MPCLU aplicado à matriz de Shaw.

Dimensão	It	Itgcp	Erd	Eri	t_{cpu}
252	9	285	$1,180 \times 10^{-2}$	$6,052 \times 10^{-4}$	$2,707 \times 10^{-1}$
504	11	377	$1,440 \times 10^{-2}$	$5,890 \times 10^{-4}$	$6,451 \times 10^{-1}$
1024	12	417	$1,480 \times 10^{-2}$	$3,644 \times 10^{-4}$	$3,200 \times 10^{+0}$
2048	13	502	$1,210 \times 10^{-2}$	$4,740 \times 10^{-4}$	$2,557 \times 10^{+1}$
4096	12	458	$1,120 \times 10^{-2}$	$4,235 \times 10^{-4}$	$2,876 \times 10^{+2}$

Tabela 5: MPCFCC aplicado à matriz de Phillips.

Dimensão	It	Itgcp	Erd	Eri	t_{cpu}
252	10	385	$1,000 \times 10^{-2}$	$3,143 \times 10^{-4}$	$3,817 \times 10^{-1}$
504	11	429	$1,250 \times 10^{-2}$	$3,563 \times 10^{-4}$	$9,546 \times 10^{-1}$
1024	12	458	$9,000 \times 10^{-3}$	$3,182 \times 10^{-4}$	$4,547 \times 10^{+0}$
2048	13	512	$1,170 \times 10^{-2}$	$3,919 \times 10^{-4}$	$2,302 \times 10^{+1}$
4096	12	466	$1,160 \times 10^{-2}$	$5,213 \times 10^{-4}$	$1,038 \times 10^{+2}$

Tabela 6: MPCLU aplicado à matriz de Phillips.

A primeira coluna das tabelas nos informa a dimensão das matrizes, a segunda coluna fornece o número de iterações de métodos de pontos interiores que foram necessárias para

resolver o pro- blema, ao passo que a terceira fornece o número de iterações do MGCP necessárias durante toda a execução do método de pontos interiores em questão. Uma vez que a solução exata **x** é conhecida, as colunas Erd e Eri representam respectivamente os erros relativos cometidos: Erd= $\|\mathbf{x}^k\ \mathbf{x}\|_2/\|\mathbf{x}\|_2$ e Eri= $\|A\mathbf{x}^k\ b\|_2/\|b\|_2$. Por fim, t_{cpu} representa o tempo em segundos demandados pelo método para resolução do problema.

Para o problema de Baart as iterações de MPI e iterações de MGCP do método MPCFCC se mostrou competitivo com o método MPCLU, ele também se mostrou competitivo no quesito tempo computacional, exceto para ordem n = 5000.

Já para o problema de teste Shaw, o número de iterações de ponto interior e de MGCP dos métodos MPCFCC e MPCLU tiveram resultados bem próximos e podemos dizer o mesmo com relação à precisão dos resultados alcançados pelos mesmos. Na maior parte dos casos, o tempo de processamento do MPCFCC obteve resultados melhores do que o método MPCLU.

Por fim, para o problema de Phillips o número iterações de MPI foram os mesmos em quase todos os casos. Mas, o número de iterações de MGCP foram menores em todos os casos. No entanto, os resultados de tempo de processamento t_{cpu} do MPCFCC se tornaram maiores do que os do MPCLU a partir da ordem n = 2048. Isto se deve à necessidade de atualizar o precondicionador Fatoração Controlada de Cholesky quando o mesmo perde eficiência.

4 | CONCLUSÕES

Neste trabalho, o cálculo das direções de busca do método Preditor-Corretor nos levaram a sistemas de equações normais. Estes sistemas de equações normais foram resolvidos pelo Método dos Gradientes Conjugados Precondicionado. Sendo os precondicionadores utilizados o Precondi- cionador Separador e a Fatoração Controlada de Cholesky.

De modo geral podemos dizer que o MPCLU e o MPCFCC obtiveram ordem de precisão das soluções bastante similares. Também, o número de iterações de MPI de ambos os métodos se mostraram bem próximos para os exemplos utilizados. No entanto, na maior parte dos casos o método MPCFCC obteve êxito em diminuir o número de iterações de MGCP no decorrer das iterações de MPI.

Concluímos que embora sejam necessários mais testes, os resultados obtidos com a implementação dos métodos no software MATLAB, mostram que o MPCFCC pode ser competitivo com o MPCLU.

REFERÊNCIAS

[1] Campos, F. F. Analysis of conjugate gradient-type methods for solving linear equations, Tese deDoutorado, University of Oxford, 1995.

[2] Hansen, P. C. Regularization tools version 4.0 for matlab 7.3. *Numer. Algorithms*, volume 46, pages 189–194, 2007. DOI: 10.1007/s11075-007-9136-9.

[3] Oliveira, A. R. L.; Sorensen, D. A new class of preconditioners for large-scale linear systems from interior point methods for linear programming, *Linear Algebra and its applications*, Elsevier, volume 394, pages 1–24, 2005. DOI: 10.1016/j.laa.2004.08.019.

[4] Portilho Jr, E. S. Métodos de pontos interiores para resolução de problemas de regularização de Tikhonov de grande porte, Tese de Doutorado, Unicamp, 2020.

[5] Portilho Jr, E. S.; Oliveira, A. R. L. Métodos de pontos interiores para resolução de problemas de regularização de Tikhonov de grande porte, *Anais do X Encontro Regional de Matemática Aplicada e Computacional do Rio Grande do Sul – ERMAC-RS*, 2020. ISBN: 978-65-5623- 103-7

[6] Rezghi, R. and Hosseini, S. M. A new variant of l-curve for tikhonov regularization, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Elsevier, volume 231, pages 914–924, 2009. DOI: 10.1016/j.cam.2009.05.016.

[7] Tikhonov, A. N.; Aarsenin, V. Y. *Solution of ill-posed problems*. V.H. Winston & Sons, Washington DC, 1977.

[8] Trefethen, L. N.; Bau, D. *Numerical Linear Algebra*. Society for Industrial and Applied Mathe- matics, 1997.

[9] Zhang, Y. A primal-dual interior point approach for computing l_1 and l_∞ solutions of over- determined linear systems, *J. Optim. Theory Appl.*, volume 77(2), pages 323–341, 1993. DOI:10.1007/BF00940715.

CAPÍTULO 5

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO METODOLÓGICO: UMA PROPOSTA APRESENTADA PARA APRENDIZAGEM DAS QUATROS OPERAÇÕES COM FRAÇÕES NO 6º ANO

Data de aceite: 01/08/2022
Data de submissão: 03/07/2022

Gabriele Rodrigues dos Santos
Universidade do Estado do Pará- UEPA
Moju- PA
http://lattes.cnpq.br/6705607160333766

Karina Rodrigues dos Santos
Universidade do Estado do Pará-UEPA
Moju- PA
http://lattes.cnpq.br/7653894836664827

Maria Silvana Dias Mascarenhas
Universidade do estado do Pará- UEPA
Moju- PA
http://lattes.cnpq.br/6705607160333766

Larisse Lorrane Monteiro Moraes
Universidade do Estado do Pará - UEPA
Moju – Pará
http://lattes.cnpq.br/0559548589731720

Cleyton Pinho Damacena
Universidade do Estado do Pará-UEPA
Moju- PA
http://lattes.cnpq.br/0672284275451120

Gabriel Wanzeler Souza
Universidade do Estado do Pará-UEPA
Moju- PA
http://lattes.cnpq.br/1196873309081086

Giovana Sousa Lima
Universidade do Estado do Pará-UEPA
Moju- PA
http://lattes.cnpq.br/8044432987031249

RESUMO: Este trabalho discute acerca da história da matemática como metodologia de ensino no 6° ano do fundamental dos anos finais. Com objetivo de incentivar o uso da história da matemática como metodologia de ensino para auxiliar no processo de aprendizagem das quatros operações com frações no 6° ano. Esta pesquisa fundamentou-se pelos estudos de Haydt (2002), Botelho et al. (2011), D' Ambrosio (2001), dentre outros. Em relação a metodologia esta pesquisa fundamenta-se pela revisão integrativa e qualitativa de acordo com as visões de Mendes, Silveira e Galvão (2008), Marconi e Lakatos (2010) e Botelho et al. (2011). Os resultados nos mostram que os professores em formação ainda não estão preparados metodologicamente para mediarem um ensino que venha fugir do tradicional, deste modo, esta proposta foi de grande valia para estes sujeitos, visto que, contribuiu de maneira significativa para a sua prática pedagógica no 6º ano.

PALAVRAS-CHAVE: História da Matemática, Metodologia, Operações, Frações.

HISTORY OF MATHEMATICS AS A METHODOLOGICAL RESOURCE: A PROPOSAL PRESENTED FOR LEARNING THE FOUR OPERATIONS WITH FRACTIONS IN THE 6TH YEAR

ABSTRACT: This work discusses the history of mathematics as a teaching methodology in the 6th year of elementary school in the final years. In order to encourage the use of the history of mathematics as a teaching methodology to assist in the learning process of the four operations with fractions in the 6th grade. This research

was based on studies by Haydt (2002), Botelho et al. (2011), D'Ambrosio (2001), among others. Regarding the methodology, this research is based on an integrative and qualitative review according to the views of Mendes, Silveira and Galvão (2008), Marconi and Lakatos (2010) and Botelho et al. (2011). The results show us that teachers in training are not yet methodologically prepared to mediate a teaching that comes away from the traditional, in this way, this proposal was of great value to these subjects, since it contributed significantly to their pedagogical practice in the 6th year
KEYWORDS: History of Mathematics, Methodology, Operations, Fractions.

1 | INTRODUÇÃO

A disciplina de matemática é tida como inimiga dos alunos, sendo por eles considerada de difícil compreensão. Portanto, a maioria, por apresentar grandes dificuldades nessa disciplina, acabam desistindo da compreensão dos conteúdos e até mesmo contribuindo para o aumento da evacuação escolar. Diante disto, torna-se importante o uso de metodologias diferenciadas em sala de aula, para auxiliar no processo de aprendizagem dos conteúdos de matemática.

Sendo assim, como ferramenta metodológica para o ensino de operações com frações, essa pesquisa propõe o uso da história da matemática como alternativa para minimizar essas dificuldades apresentadas na aprendizagem dos alunos, visto que, essa tendência mostra-se como um interessante recurso para ensinar os conceitos da disciplina de matemática, neste caso, o de frações.

Por esta razão, afim de alcançar os nossos objetivos formulamos a seguinte questão problema: Como o docente pode fazer uso da história da matemática como metodologia para auxiliar no processo de aprendizagem das quatro operações com frações no 6° ano? Ligando aos objetivos: Estimular o uso da história da matemática como recurso metodológico para o ensino de frações; trabalhar as operações por meio dos métodos que os antigos egípcios usavam. Para nossa metodologia fizemos uso da revisão integrativa e qualitativa de acordo com Mendes, Silveira e Galvão (2008), Marconi e Lakatos (2010), dentre outros, e essa pesquisa é focalizada aos docentes que lecionam para alunos do 6° ano do ensino fundamental dos anos finais.

2 | TENDÊNCIAS METODOLÓGICAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Para auxiliar o professor em sala de aula no ensino de conteúdos matemáticos, pode se fazer uso de tendências matemáticas. Com isso, apresentaremos algumas tendências no processo de ensino e aprendizagem de matemática, são elas: Jogos e materiais concretos, Resolução de Problemas, Modelagem Matemática, Investigação Matemática, Etnomatemática, Tecnologias de Informação e Comunicação (TICS) e História da Matemática.

- **Jogos e Materiais Concretos**

Essa tendência, trata-se do uso de jogos e materiais concretos para se ensinar determinado conteúdo. A introdução dos jogos didáticos na prática do processo de ensino e aprendizagem permite que a aula seja mais atraente, devido a utilização de atividades lúdicas e concretas, proporcionando uma melhor assimilação dos conteúdos. (GARRIS; AHLERS; DRISKELL, 2002).

Para Albuquerque (1954, p. 33), o jogo didático "[...] serve para a fixação ou treino da aprendizagem, é uma variedade de exercício que apresenta motivação em si mesma, pelo seu objetivo lúdico... ao fim do jogo, a criança deve ter treinado algumas noções, tendo melhorado sua aprendizagem". Dessa forma, os jogos podem ser trabalhados de forma muito positiva em sala de aula.

- **Resolução de Problemas**

Consiste em explorar diferentes métodos, de forma ordenada, para encontrar soluções de problemas específicos. Segundo os PCN's de Matemática (BRASIL, 1998), a resolução de problemas possibilita aos alunos a mobilização de conhecimentos e desenvolvimento da capacidade para o gerenciamento de informações que estão ao seu alcance.

Sendo assim, o aluno utiliza seus saberes prévios para a montagem de estratégias e a partir do raciocínio lógico questiona se elas são válidas. Portanto cabe ao professor desenvolver o papel de incentivador, facilitador, mediador das ideias expostas pelos alunos, de maneira com que elas sejam produtivas, levando os alunos a pensarem e gerarem seus próprios conhecimentos. (SOARES; BERTONI PINTO, 2001).

- **Modelagem Matemática**

Essa tendência é uma estratégia de ensino que relaciona situações do cotidiano do estudante a conteúdos matemáticos. Burak (1992, p. 62), define a modelagem Matemática como "[...] um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões".

Barbosa (2001), acredita que o ambiente de modelagem pode proporcionar benefícios e vantagens tanto para o professor quanto para o aluno, uma vez que dentro do ambiente de modelagem a aprendizagem é constante, pois, todos são participantes ativos do processo, em busca de novas descobertas e na construção do conhecimento coletivo e individual, tanto para o professor quanto para o aluno.

- **Investigação Matemática**

Baseia-se na necessidade de fazer com que o aluno pense matematicamente, pesquise e construa seu conhecimento, e não se prenda somente em decorar métodos e fórmulas. Nesta alternativa pedagógica, o aluno é estimulado "a justificar e provar as suas afirmações, explicitando matematicamente as suas argumentações perante seus colegas e

o professor” (PONTE; OLIVEIRA; CUNHA; SEGURADO, 1998, p. 10).

Portanto, cabe ao professor ter um planejamento adequado, para garantir aos alunos avanços nessas investigações. (COSTA, FERRUZZI, 2020). Pois, de acordo com Ponte, Brocado e Oliveira (2016, p. 26), para que o aluno possa investigar verdadeiramente, é “necessário deixá-lo trabalhar de forma totalmente autônoma” e que as intervenções feitas pelo professor sejam assertivas e necessárias para o momento, sempre possuindo como objetivo manter a motivação do aluno no ato de investigar.

- **Etnomatemática**

Essa tendência, refere-se as diferentes formas de matemática que são próprias de grupos culturais. Ubiratan afirma que, “reconhecer e respeitar as raízes de um indivíduo não significa ignorar e rejeitar as raízes do outro, mas, num processo de síntese, reforçar suas próprias raízes” (D’AMBROSIO, 2001, p. 42).

Dessa forma, Souza e Ribeiro (2010, p. 8-9), defendem que a etnomatemática promove um novo olhar da histografia da matemática. Sendo a matemática uma manifestação cultural dos povos e que “o fato de existir diferentes manifestações culturais - tais como: música, dança, artesanato, dentre outras - em diferentes culturas, existem também diferentes matemáticas”.

- **Tecnologia da Informação e comunicação (TICs)**

Consiste no uso de ferramentas computacionais para auxiliar na aprendizagem de conteúdo, tanto de matemática, quanto de outras áreas. Para Martins (2009, p. 2741), “as TIC podem potenciar recursos através dos quais é possível fomentar o desenvolvimento das competências para a integração plena do cidadão[...]”.

Desse modo, Santos (2006) traz a introdução as TICs no Ensino da Matemática como uma ferramenta facilitadora nesse processo de ensino e aprendizagem e inserção do jovem na sociedade tecnológica. Portanto as TICs são de grande importância na educação, sendo um aliado do professor que pode contar com o auxílio de vários programas e aplicativos.

- **História da Matemática**

Essa tendência, permite que os alunos explorem as diversas prática matemáticas que existiram ao longo do tempo e em diferentes territórios. A seguir, abordaremos mais sobre essa tendência como metodologia de ensino, visto que, nossa proposta se fundamenta nela.

3 | A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO METODOLOGIA DE ENSINO

O uso da história da matemática, como metodologia de ensino, surgiu para satisfazer a necessidade de se obter um processo de ensino e aprendizagem de qualidade (Baroni; Nobre, 1999). Diante desse contexto, a história da matemática tem como objetivo, contextualizar os conteúdos matemáticos para aguçar o saber histórico do aluno e incentiva-

los no processo de ensino e aprendizagem da matemática, usando como ferramenta para isso, os conhecimentos do passado.

Dessa forma, a história da matemática como uma ferramenta metodológica se torna importante para o ensino e aprendizagem de matemática, visto que, pode auxiliar o professor no conteúdo da disciplina, e assim, levando o aluno a reconhecer a matemática como uma criação que surgiu pela necessidade humana de se organizar e todo processo que passou até chegar na forma que é conhecida na contemporaneidade (BRASIL, 1998).

De acordo com D'Ambrosio (1996), a história da matemática tem um grande valor para os docentes e discentes, visto que, a mesma tem vínculo com a cultura dos povos, assim, demonstra que a matemática pode ser vista como parte dos costumes e valores na evolução de um povo, como os Babilônios, Egípcios e Hindus que desenvolveram os conceitos Matemáticos segundo suas precisões.

Segundo Pereira (2002), o uso da história da matemática, faz com que a posição que a matemática assumiu de ser uma disciplina exata, passa a ser minimizada, mostrando sua contribuição na formação de alunos com pensamentos críticos e mais conscientes na construção do conhecimento humano, visto que, a mesma aponta todo o processo de evolução que os conteúdos matemáticos e ainda vem sofrendo ao longo dos anos, e o surgimento de novos elementos no decorrer desse processo.

Então, a abordagem da matemática através da história, pode ser uma grande aliada e facilitadora para o professor, pois, com o seu uso, pode proporcionar uma aprendizagem significativa para os educandos (MORENO, 2015).

4 I O OBJETO DE CONHECIMENTO: OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

Compreende-se, que o ensino dos conteúdos matemáticos, normalmente são apresentados por aulas expositivas, e com o assunto das operações com frações não se difere, quando estes são abordados em sala de aula pelos professores, são mais por exemplos e representações de livros didáticos, do que com metodologias diferenciadas. em relação a isto, Margina, Bezerra e Spnillo (2009) afirmam que, são poucos docentes que conhecem o conceito histórico dos conteúdos matemáticos e por esse motivo se limitam em reproduções de exemplos.

Antes de ser ministrado o assunto de frações, é preciso que o professor já tenha discutido sobre os conjuntos numéricos, em especial o conjunto dos racionais, o qual, é representado pela letra "Q' em maiúsculo, e que os alunos já saibam sobre o mesmo. Visto que, o assunto de frações requer essa base de conhecimento.

A ideia de fração ou de um número fracionário, surge da compreensão de considerar partes de um determinado objeto, ou seja, de compreender o seu todo ou as suas representações em partes.

No livro didático "Matemática ciências e aplicações" de Gelson Iezzi, et al. (2014),

a fração é representada pela seguinte expressão $\frac{p}{q}$, (p; q є Z e Z); onde q ≠0. Na qual a função do "p" é assumir o papel do numerador (numerador é o número representado pela letra "p" que fica acima da barrinha, a qual essa, se refere a divisão) e a função do "q" é assumir o papel do denominador (denominador é o número representado pela letra "q" a qual fica abaixo da barrinha), que vai indicar o valor do todo.

Para se compreender melhor, pensamos em um bolo dividido em 6 fatias, se vendermos dois pedaços, significa que podemos ter duas resoluções: $\frac{2}{6}$ para representar o pedaço que foi retirado, e $\frac{4}{6}$ para representar a parte que sobrou do bolo para ser vendido. Toda fração tem uma representação decimal, que pode ser considerada enquanto exata, ou com infinitas casas decimais**.** "Matemática Ciência e aplicação" de Gelson Iezzi et al. (2014).

1º) O numeral decimal obtido, possui, após a vírgula, um número finito de algarismo:

$\frac{2}{5} = 0{,}4 \qquad \frac{1}{4} = 0{,}25$

Tais números racionais são chamados decimais exatos.

2º) O numeral obtido, possui, após a vírgula, infinitos algarismo (nem todos nulos). Nesse caso, os números após a vírgula repetem-se periodicamente:

$\frac{1}{3} = 0{,}333 \ldots \qquad \frac{1}{22} = 0{,}04545 \ldots$

Tais números racionais são chamados decimais periódicos, ou dízimas periódicas; em cada um deles, os números que se repetem formam a parte periódica ou período da dízima.

- operações com frações

1. Adição e subtração de números racionais

De acordo com o livro "matemática" de Edwaldo Bianchini (2002), para efetuar os cálculos de adição e subtração, basta levarmos em conta como operamos com números inteiros e fracionários (tanto na forma decimal e fracionária). Vejamos exemplos abaixo:

Exemplo 1.

a) $\left(+\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right)$

Para resolvermos esse cálculo devemos primeiramente eliminar os parênteses:

$+\frac{2}{3} - \frac{3}{5}$

Agora basta reduzir as frações ao mesmo denominador por meio do MMC:

$+\frac{10}{15} - \frac{9}{15}$

Agora basta efetuar a operação de adição:

$\frac{+10-9}{15} = \frac{1}{15}$

b) $\frac{5}{9} - \frac{10}{12}$

Reduza a fração ao mesmo denominador por meio do MMC:

$\frac{60}{108} - \frac{90}{108}$

Efetue a operação de subtração:

$$\frac{60-90}{108} = -\frac{30}{108}$$

Simplifique dividindo o -30 e o 108 por 6:

$$-\frac{30}{108} = -\frac{5}{18}$$

2. Multiplicação e divisão de números racionais

Embasado no mesmo livro, para calcularmos o produto de números fracionários, multiplicamos os numeradores entre si e os denominadores entre si. A regra de sinal para a multiplicação de dois fatores é:

- Quando os fatores têm o mesmo sinal, o produto é positivo;
- Quando os fatores têm sinais diferentes, o produto é negativo.

Exemplo:

a) $\left(-\frac{21}{8}\right).\ \left(\frac{20}{14}\right)$

Multiplicamos o denominador com o denominador e numerador com numerador:

$$\frac{-21\ .20}{8\ .\ 14} = -\frac{420}{112}$$

Já para divisão de números racionais multiplicamos a primeira pelo inverso da segunda

Exemplo:

a) $\left(-\frac{3}{5}\right) : \left(-\frac{8}{5}\right)$

Agora basta inverter a segunda fração e multiplicar pela primeira:

$$\left(-\frac{3}{5}\right).\left(-\frac{5}{8}\right)$$

Agora basta aplicarmos a propriedade da multiplicação com fração:

$$\left(-\frac{3}{5}\right).\left(-\frac{5}{8}\right) = \left(\frac{(-3).(-5)}{5.8}\right) = \frac{15}{40}$$

Assim, ao analisarmos o tópico como um todo, percebemos, que o assunto em questão ainda é ensinado de modo tradicional e cabe ao professor buscar novos métodos para utilizar nos conteúdos matemáticos, em especial frações.

5 | METODOLOGIA

Como metodologia para esta pesquisa, recorremos à revisão integrativa (RI), visto que, está se caracteriza como o primeiro passo para a construção do saber científico pela aquisição de novas teorias, além de proporcionar a síntese de conhecimento e a incorporação da aplicação de resultados de estudos consideráveis na prática (BOTELHO; CUNHA; MACEDO, 2011).

Uma Revisão Integrativa é um método específico que resume a literatura empírica ou teórica do passado para fornecer um conhecimento amplo de um fenômeno específico. Essa técnica de pesquisa tem como objetivo idealizar a análise do conhecimento já estabelecido na pesquisa sobre um determinado tema. Além de possibilitar a capacidade de sintetizar diversos estudos publicados, permitindo a geração de novos conhecimentos com base em resultados científicos. (BOTELHO et al., 2011).

Segundo Mendes, Silveira e Galvão (2008), para se elaborar uma revisão integrativa adequada, é preciso que as etapas a serem seguidas sejam claramente descritas. A primeira etapa da revisão integrativa chama-se **identificação do tema e seleção da questão de pesquisa**. A segunda trata-se do **estabelecimento de critérios de inclusão e exclusão**. A terceira etapa visa à **identificação dos estudos pré-selecionados e selecionados**. A quarta etapa, aborda a **categorização dos estudos** selecionados, que se encontra na documentação das informações extraídas dos artigos científicos encontradas nas etapas anteriores citadas. Já a quinta etapa, compreende a **análise e interpretação dos resultados**, que diz respeito as nossas discursões dos textos que analisamos e a sexta etapa, discorre a respeito da **Apresentação da revisão/ síntese do conhecimento**, esta etapa possibilitou a descrição criteriosa das fases percorridas por nós, onde conseguimos sintetizar e organizar os resultados obtidos para a fundamentação da nossa proposta investigativa.

Além de utilizarmos a revisão integrativa, nossa pesquisa possui um caráter qualitativo, uma vez que nossa proposta tem por finalidade verificar como a história da matemática pode auxiliar no processo de aprendizagem no que tange o conteúdo das quatro operações com frações, ou seja, na qualidade desse processo. Assim, o foco está no caráter subjetivo do objeto analisado.

Dessa forma, Marconi e Lakatos (2010) explicam que a abordagem qualitativa se trata de uma pesquisa que tem como circunstâncias, analisar e interpretar aspectos mais acentuados, descrevendo a complexidade do comportamento humano, além de fornecer análises mais detalhadas de investigações, atitudes e tendências comportamentais.

- Avaliação a ser utilizada

O ato de avaliar implica em coletas e analises de dados que configuram em objeto de avaliação. Assim, pode-se dizer que a avaliação na aprendizagem, não se constitui em algo pronto e acabado. Para Luckesi (2002), a avaliação é um recurso que auxilia o educador e que ela não pode ser vista como tirana. Portanto, ao avaliar, o professor pode utilizar de diversos instrumentos do começo ao fim do processo avaliativo para obter um diagnóstico do que se espera no processo de aprendizagem dos educandos e não só o uso de realização de provas e atribuições de notas.

Portanto, propomos as seguintes formas de avaliação aos professores para fazerem relação à aprendizagem dos alunos, a avaliação formativa e a somatória. Avaliação formativa, se aplica durante o processo do ensino-aprendizagem, funciona especificamente como um feedback acerca da didática aplicada, ela pode contribuir para ajustes no planejamento do ensino, tendo em vista o alcance dos objetivos previamente traçados (ALMEIDA, 2011).

Já a somativa, por sua vez, tem como função de classificar o aluno, seja no fim de semestre ou no fim do ano letivo de acordo com seu aproveitamento, segundo critérios estabelecidos, visa também o nível do aluno para outro (HAYDT, 2002).

6 | RESULTADOS

Está pesquisa, teve como objetivo alcançar professores licenciados em matemática que atuam ou tem formação para ministrarem aulas no 6º ano do ensino fundamental dos anos finais. A metodologia foi aplicada na Universidade do Estado do Pará- Campus XIV no município de Moju, para professores em formação de matemática, visto que, está dinâmica aconteceu em meio a uma disciplina (História da matemática) da nossa graduação.

A dinâmica foi realizada em 2 momentos:

1º momento: Começamos falando a história da matemática das frações através dos antigos egípcios, como surgiu para eles a necessidade de fracionar e o porquê de isso acontecer. Depois de contarmos a história, passamos um vídeo bem atrativo para fixarem melhor a história.

Figura 01: Momento do vídeo da História dos Egípcios

Fonte: os autores.

2º momento: começamos a mostrar para os futuros docentes as frações, isso no quadro, explicamos o que era numerador, denominador e o significado do traço no meio deles, que no caso, é a divisão. Ainda nesse momento, explicamos as operações com as frações, sendo elas adição, subtração, multiplicação e divisão. Também, ensinamos a calcular o mínimo múltiplo comum (MMC), falamos sobre números primos e sobre toda a regrinha das operações para poder chegar nas respostas das questões. Tudo isso, foi detalhado passo a passo para que não ficasse nenhuma dúvida durante o processo de resolução.

Figura 02: aula no quadro

Fonte: os autores.

Depois disso, começamos a aplicação da dinâmica. Primeiramente, dividimos a turma em 4 grupos com 5 integrantes cada, logo em seguida, distribuímos uma cartolina para cada grupo. A dinâmica que ocorreu da seguinte forma: a pesquisadora Karina Rodrigues, fez o papel de faraó que distribuiu terras (cartolinas) para alguns agricultores (grupos), como era feito no antigo Egito. Após isso, a enchente veio (interpretado pela pesquisadora Gabriele Rodrigues, que se vestiu com um lençol azul e passou por entre os grupos).

Assim que a enchente baixou, chegou a hora do “faraó” recolher os impostos, mas como os agricultores haviam perdido parte das suas terras e as demarcações tinham sido apagadas pela enchente, foi pedido para que os esticadores de cordas (interpretados pelos demais pesquisadores) fossem até os agricultores para fazer a demarcação novamente e indicassem as frações de terras que correspondia a cada grupo.

As frações de terras que pertencia a cada grupo, foi representada da seguinte maneira: a do grupo um correspondia a $\frac{1}{2}$, a do grupo dois $\frac{1}{4}$, do grupo três $\frac{1}{6}$ e do grupo quatro $\frac{1}{3}$. assim que terminamos os passos citados, chegou a hora de trabalharmos as operações com os discentes em formação. Pedimos para que os grupos dois e três somassem suas frações de terras, os grupos quatro e um subtraíssem suas terras, os grupos um e três dividissem suas terras e os grupos dois e quatro multiplicassem as suas. Tudo afim de que, eles pudessem “entrar” na história e ao mesmo tempo aplicar as propriedades das operações com frações.

Figura 03: aplicação da atividade

Fonte: os autores.

A aplicação desta dinâmica, trouxe resultados positivos para nós, pois, foi possível observarmos que ela proporcionou novas estratégias de ensino aos professores em formação que ainda não possuíam conhecimento acerca da história das frações e nem de como trabalhar esse conteúdo por meio da tendência a história da matemática. No entanto, nossa dinâmica poderia ter sido melhor desenvolvida, por isso, quando fomos aplicar novamente essa “formação” a melhoraremos em alguns aspectos.

Portanto, aos professores que forem fazer uso da proposta por nós apresentadas, sugerimos os seguintes aperfeiçoamentos: ao invés de já entregar uma fração de terra para os alunos, seria melhor trazer cordas com nós demarcados em uma unidade de medida em cordas, como era feito no antigo Egito. A unidade pode ser em centímetros, cerca de 10 a 20 cm de distância entre um nó e outro. Para que assim, os próprios alunos possam medir e descobrir suas frações de terras sozinhos. E para isso, outra sugestão que damos é a de que cada cartolina tenha um tamanho diferente, para que as frações de cada grupo ou dupla sejam diferentes dos outros e assim possam realizar as operações solicitadas pelo professor que fizer uso da proposta.

Dessa forma, com as sugestões de aperfeiçoamento a história da matemática vai está ainda mais presente na dinâmica, tornando a aula ainda mais interessante e atrativa para os alunos.

7 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa nos proporcionou uma visão, que foi além de uma aula tradicional, onde podemos observar que ao se utilizar tendências matemáticas, neste caso a história da matemática, o professor encontra um grande aliado para sair de uma aula mecanizada. Visto que, a maioria dos discentes em formação não se sentem preparados para dar aulas com novas metodologias.

Essa falta de preparo, ficou evidente quando nós enquanto formandas, sentimos dificuldades em utilizar verdadeiramente uma tendência e montar uma dinâmica que a envolvesse, uma vez que, fazer uso da história da matemática não é só apresentar a história

de determinado conteúdo e voltar a aplicar o conteúdo de forma puramente matemática. Portanto, é de grande importância que quando nos propomos a fazer uso de metodologias diferenciadas e lúdicas, devemos nos atentar para de fato fazer uso dela corretamente.

Diante dessas considerações, evidencia-se a importância de nós enquanto professores e futuros professores levarmos para sala de aula recursos metodológicos mais atrativos, para que assim, possamos atrair a atenção do aluno para o conteúdo. Portanto, momentos propiciados por atividades como a descrita em nossa pesquisa, podem desencadear o entusiasmo pelo conhecimento, ficando evidente a importância de se desenvolver estudos como este, que visam contribuir na qualificação do ensino da matemática em diferentes contextos e situações.

REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, Irene de. **Metodologia da Matemática.** Rio de Janeiro: ed. Conquista, 1953.

ALMEIDA, Leandro. **Avaliação da aprendizagem escolar e a função social da escola**. 2011. 189f. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós- Graduação em História e Filosofia da Educação. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

BARBOSA, J.C. **Modelagem Matemática:** concepções e experiências de futuros professores. 253. Tese (Doutorado) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

BARONI, Rosa L.S. E NOBRE, Sergio. **A pesquisa em história da Matemática e suas relações com a Educação Matemática**, in BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (org.) Pesquisa em Educação Matemática Concepções e Perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, p. 129-136,1999.

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática.** 5. Ed. São Paulo: Moderna, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

BRASIL, Ministério da Educação e da Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (matemática).** Brasília: A secretaria, 1998.

BOTELHO, Louise Lira Roedel; CUNHA, Cristiano Castro de Almeida; MACEDO, Marcelo. **O método de revisão integrativa nos estudos organizacionais.** Volume 5. Belo Horizonte: Gestão e Sociedade, Número 11. 2011. p. 121-136.

BOTELHO LLR, CUNHA CCA, MACEDO M. ***The integrative review method in organizational studies.*** Gestão e sociedade, 2011.

BURAK, D. **Modelagem matemática:** ações e interações no processo de ensino- aprendizagem. Tese (Doutorado em Educação)- Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

COSTA, Juliana Aparecida Alves da; FERRUZZI, Elaine Cristina. **A Investigação Matemática, como prática pedagógica, favorece a ocorrência do diálogo no ensino de Matemática?.** Revista de Ensino de Ciências e Matemática, v. 11, n.3, p. 303-314, 2020.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **A História da Matemática:** Questões Historiográficas e Políticas e Reflexivas na Educação Matemática, in Bicudo, Maris Aparecida Viggiani (org.) Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, p. 97, 1996.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática -** elo entre as tradições e a modernidade. 2ª.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

GARRIS, R.; AHLERS, R.; DRISKELL, J.E. *Games, motivation, and learning: a research and practice model.* ***Simulation & Gaming*****,** v. 33, n. 4, p.441-467, Dec. 2002.

GASPERI, W. N. H. de; PACHECO, E. R. **A história da matemática como instrumento para a interdisciplinaridade na educação básica.** PDE: Programa de Desenvolvimento Educacional da Secretaria da Educação do Estado do Paraná. 2007.

HAYDT, Regina Celia Cazaux. **Avaliação do processo ensino-aprendizagem**. São Paulo: Ática, 2002.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; GEGENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto; ALMEIDA; Nilze. **Matemática:** Ciência e Aplicações. 2. Ed. São Paulo: Saraiva, 2004.

LAKATOS, Eva Maria e MARCONI, Maria de Andrade. **Técnicas de pesquisa:** Planejamento e execuções de pesquisas, amostragens e técnicas de pesquisas elaboração, análise e interpretação de dados. 3. Ed. São Paulo: Atlas, 1996.

LUCKESI, Cipriano C. **Avaliação de aprendizagem escolar**. 13º ed. São Paulo: Cortez, 2022.

LIMA, Eduardo. **Você conhece a história das frações?.** YouTube, 16 de agosto de 2021. Disponível em: https://youtu.be/RNLyQp5hc20. Acesso em 17 de junho de 2022.

LOPES, Antônio José. **O que nossos alunos podem estar deixando de aprender sobre frações, quando tentamos lhes ensinar frações**.2008. Bolema- Rio Claro-São Paulo.

MARGINA, S., BEZZERA, B.F, SPNILLO, A. **Como desenvolver a compreensão da criança sobre fração? Uma experiência de ensino.** Brasília, v.19, nº 225, p. 411- 432.

MARTINS, Zélia. **As TIC no ensino-aprendizagem da Matemática**. *In*: Anais do X Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia. Universidade do Minho. Portugal. 2009. p. 2727-2742.

MENDES, K. D. S.; SILVEIRA, R. C. C. P.; GALVÃO, C. M. Revisão integrativa: método de pesquisa para incorporação de evidências na saúde e na enfermagem. **Texto contexto Enfermagem**. Florianópolis, v. 17, n. 4, p. 758-764, out./ dez. 2008.

MORENO, Luiz Carlos**. A história da matemática como recurso metodológico**: pesquisando a prática dos professores de Baía Formosa/RN. 2015. Trabalho de Conclusão de Curso- Universidade Federal da Paraíba, Cuité de Mamanguape.

PILETTI, Claudiano. **Didática geral**. São Paulo: Ática, 1987.

PEREIRA, Luiz Henrique Ferraz. **Teorema de Pitágoras** – lembranças e desencontros na Matemática. Passo Fundo: UFP, 2002. Revista Construir Notícia. Nº41-ano 07-julho/agosto 2008. p.03.2008.

PONTE, J. P., OLIVEIRA, H., CUNHA, H., & SEGURADO, I. **Histórias de investigações matemáticas**. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional. 1998.

PONTE, João Pedro da; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemática na Sala de Aula**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2016.

SANTOS, Rodiney. **TIC's:** uma tendência no ensino da matemática. Brasil Escola, 2006.

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO, PERNANBUCO. **Matemática e suas Tecnologias – Matemática, 6º ano, Operações com frações:** multiplicação e divisão**.** Pernambuco; 2015.

SOARES, M. T. C.; PINTO, N. B. **Metodologia da resolução de problemas.** *In:* 24ª Reunião ANPEd, Caxambu, 2001.

SOUZA, Roberto Barcelos. RIBEIRO, José Pedro Machado. **Documentários e o Programa Etnomatemática:** um novo olhar em questão na formação inicial de professores de matemática. X Encontro Nacional de Educação Matemática,10º, Salvador. Educação Matemática, Cultura e Diversidade. Goiás: UFG. 2010.p. 8-9.

SPINELLI, Walter. **A construção do conhecimento entre o abstrair e o contextualizar:** o caso do ensino da matemática. São Paulo: FEUSP, 2011. 138f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós- Graduação em Educação, faculdade Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

CAPÍTULO 6

MODELOS MATEMÁTICOS DEL ESTRÉS, UN ANÁLISIS DE CONTENIDO

Data de aceite: 01/08/2022

Franyelit María Suárez-Carreño
Universidad de las Américas, Facultad de Ingeniería y Ciencias Aplicadas, Carrera de Ingeniería Industrial
Quito-Ecuador
http://orcid.org/0000-0002-8763-5513

Alexander Castillo Perdomo
Universidad Nacional de San Agustín
https://orcid.org/0000-0001-9875-2654

Luis Eduardo García Núñez
Universidad Nacional de San Agustín
https://orcid.org/0000-0003-1441-4792

Verónica Victoria Luzuriaga Gutiérrez
Universidad Politécnica Salesiana, Ingeniería en Biotecnología
Quito-Ecuador
http://orcid.org/0000-0003-1904-1729

Luis Rosales-Romero
Universidad Politécnica de Venezuela, UNEXPO, Vicerrectorado Puerto Ordaz
Ciudad Guayana, Venezuela
http://orcid.org /0000-0002-7787-9178

Flor Omar
Universidad de las Américas, Facultad de Ingeniería y Ciencias Aplicadas, Carrera de Ingeniería Industrial
Quito-Ecuador
https://orcid.org/0000-0002-3455-5982

RESUMEN: En medicina, el estrés o síndrome general de adaptación, es visto como una preocupación por parte de la Organización Mundial de la Salud (OMS), quienes definen el estrés laboral como la reacción que puede tener el individuo ante exigencias y presiones laborales. Estas exigencias pueden variar de un individuo a otro, ya que se ven afectadas por la cultura, el nivel académico, las habilidades individuales, el entorno y las concepciones primarias de la persona desde su formación. La detección del estrés ocupó a gran parte de la comunidad médica, de tal forma que se lograron avances significativos para su inclusión y reconocimiento como enfermedad ocupacional en 1950. En este trabajo se analizan las propuestas desarrolladas por otros autores, sobre los análisis matemáticos entorno a las emociones humanas, así como la relación que existe entre las emociones y los estados de salud, y su impacto en las personas.

PALABRAS CLAVE: Emociones humanas, estrés, estados de salud, modelos matemáticos.

MATHEMATICAL MODELS OF STRESS, A CONTENT ANALYSIS

ABSTRACT: In medicine, stress or general adaptation syndrome is seen as a concern by the World Health Organization (WHO), who define work stress as the reaction that the individual may have to work demands and pressures. These demands can vary from one individual to another, as they are affected by culture, academic level, individual skills, environment and the primary conceptions of the person from their formation. The detection of stress occupied a large part of the medical community, in such a way that significant advances were made for its inclusion

and recognition as an occupational disease in 1950. This paper analyzes the proposals developed by other authors on mathematical analyzes around human emotions, as well as the relationship between emotions and health states, and their impact on people.
KEYWORDS: Human emotions, stress, health states, mathematical models.

1 I INTRODUCCIÓN

En 1872, Charles Darwin (Fernández-Berrocal, 2009) publicó los resultados de uno de los trabajos más controversiales de los últimos cien años, en el que expuso los resultados de la recopilación de información de sus treinta años de estudios sobre las emociones. En estos resultados Darwin manifestó dos ideas fundamentales; las emociones son innatas y universales, y que las emociones son producto de la evolución. Darwin postuló que las expresiones faciales son un reflejo de las emociones y que estas no son exclusivas de los humanos (Ramírez, 2001). Sin embargo, en las referencias (Harlow & Harlow, 1962), (Reite & Short, 1981) se afirma que la sonrisa y el llanto son exclusivas de los humanos, como manifestación de las emociones como mecanismo de adaptación de la especie (Montagu, 1959).

Las emociones pueden generar diferentes respuestas en el organismo (Palacios, 2017), tanto favorables como adversas, entre los que se cuentan la alegría, tristeza, enfado, desagrado, entre otros. Estas emociones están sujetas a las condiciones sociales y culturales, que afectan la conducta de las personas y por ende, influyen en la percepción de la realidad que desencadena dichas emociones (Palacios, 2017), (Surrallés, 2005), (Bourdin, 2016).

Tomando en cuenta lo expuesto en (Ibañez, 2009) y (Wierzbicka, 1986) se establecen las emociones básicas, que a partir de sus compuestos dan origen a emociones secundarias, así entonces se lista el interés, la alegría, la sorpresa, la tristeza, la ira, la repugnancia, el desprecio o desdén, el miedo o temor, la vergüenza o la timidez y la culpa. De modo que una emoción secundaria podría ser por ejemplo el espanto, producto del miedo con la sorpresa.

Las emociones que alcanzan niveles intensos y se presentan con mucha frecuencia tienden a producir cambios en la conducta, de manera que se dejan a un lado los aspectos saludables y se empiezan a desarrollar conductas adictivas que afectan el estado de salud, desencadenando reacciones fisiológicas que determinan el estrés (Moure, 2011).

El estrés subyace en las emociones, por cuanto sus efectos inciden tanto en la salud física y mental como en el rendimiento laboral y desempeño social de las personas (Naranjo M. , 2009). El problema del estrés está asociado a los requerimientos de la modernidad, centrada en la búsqueda de alternativas para una mejor calidad de vida, y por ende no se evalúan las consecuencias de la salud física y mental de las personas afectadas (Naranjo M. , 2009), (Martínez & Díaz, 2007).

Cuando se reciben estímulos estresores se produce una reacción fisiológica, como respuesta, se activa el eje hipofisosuprarrenal y el sistema nervioso vegetativo (Sánchez & Vaquero, 2008), (González & Landero, 2006), produciendo la liberación de hormonas responsables de los cambios en el organismo (Berrío & Mazo, 2011), (Maslach & Pines, 1977). Por una parte, se producen glucocorticoides y andrógenos que afectan los procesos infecciosos, reducen los niveles de proteínas, aumentan el nivel de azúcar en la sangre, incrementan el nivel de calcio, incrementan la fuerza, la masa muscular y las características masculinas. Por otro lado, se producen la adrenalina y la noradrenalina, ocasionando dilatación de las pupilas, aumento de la coagulación, aumento del ritmo cardíaco, vasodilatación muscular, reducción del estrógeno y la testosterona, y el incremento de energía (Berrío & Mazo, 2011), (Maslach & Pines, 1977).

El estrés puede producir reacciones favorables o desfavorables en los individuos, según sean los estímulos estresores (Rubio, Guerrero, & Castro, 2003). Puede entonces presentarse de manera leve, media o moderada, según las características de las situaciones particulares del individuo (Berrío & Mazo, 2011), (Rubio, Guerrero, & Castro, 2003). Cada una de estas divisiones se representan a través de las emociones humanas, que pueden estar caracterizadas a través de la ira, el asco, el miedo, la alegría, tristeza, sorpresa y finalmente la ausencia de emociones o la emoción nula (Wierzbicka, 1986). La adaptación al cambio dependerá de las reacciones de las hormonas glucocorticoide, andrógeno, adrenalina y noradrenalina dentro de su rango de trabajo normal; produciéndose tres posibles niveles de estrés (Berrío & Mazo, 2011), (Naranjo M. , 2009); eustrés, distrés y nivel óptimo de estrés.

Los estados emocionales desempeñan un importante papel en la adaptación humana, en el corto y el largo plazo (Domínguez & Olvera, 2006). En general, es fácil identificar el valor adaptativo de sentir felicidad, relajación o satisfacción; sin embargo incluso para los especialistas, reconocer las ventajas de los estados emocionales negativos, como la ansiedad, la depresión y el dolor crónico, requiere habilidades clínicas de observación por arriba del promedio.

Se ha aceptado que la corteza suprarrenal produce tres clases principales de esteroides: 1) glucocorticoides, 2) mineralocorticoides y 3) andrógenos. El funcionamiento de la glándula suprarrenal es importante para regular una gran cantidad de acciones de la vida diaria como, por ejemplo, el metabolismo intermedio de los carbohidratos, la respuesta inmunitaria, la presión arterial, el volumen vascular, los electrólitos y las características sexuales secundarias. El eje hipotálamo-hipofisario-suprarrenal, además, tiene una influencia en la respuesta al estrés, que aumenta rápidamente los niveles de cortisol (Lavalle-González, y otros, 2011).

El estrés ha sido un tema de interés y de inquietud para diversos científicos de la conducta humana (Lavalle-González, y otros, 2011), por cuanto sus efectos inciden tanto en la salud física y mental, como en el desempeño laboral y académico del individuo. Puede

provocar preocupación y ansiedad conduciendo a trastornos personales, desórdenes familiares e incluso sociales (Lavalle-González, y otros, 2011), (Naranjo M. , 2009).

La situación actual de las organizaciones ha conducido a situaciones de estrés en el colectivo de los trabajadores de las empresas de producción y servicios (Flórez, 2014), siendo ésta la principal causa en la proliferación de enfermedades a nivel del sistema cardiovascular, sistema gastrointestinal y sistema dérmico (Moure, 2011), (Lavalle-González, y otros, 2011)- (Slipak O. , 1991). Estas enfermedades y otras dolencias producidas por el estrés afectan de manera indirecta la eficiencia de las personas y por ende la productividad en las organizaciones, representando un aumento del ausentismo laboral por reposos médicos debido a accidentes de trabajo y/o enfermedades ocupacionales (Antón, 2013), (Naranjo M. , 2009), (Sánchez & Maldonado, 2003).

Según (Alcántara Moreno, 2008), (Slipak O. E., 1991), (Comercio, 2019) el estrés laboral es el único riesgo ocupacional capaz de afectar al 100% de la población. Por lo tanto, es catalogado como una epidemia. El estrés es una enfermedad que Hans Selye predijo en 1930 en el contexto médico. Las personas experimentan situaciones de ansiedad, astenia y desánimo general, llamado en un principio el *síndrome de estar enfermo.* Estas observaciones estuvieron presentes en pacientes de distintas enfermedades y de distintas características físicas y psicológicas.

Los experimentos clínicos continuaron hasta la década de los ´50, cuando la psicología lo adopta como el conjunto de características psicofisiológicas y lo denomina el síndrome general de adaptación (Alcántara Moreno, 2008)- (De Camargo, 2004). En 1989, Patterson y Nefeuld (Neufeld & Paterson, 1989), (Moscoso, 1998) dieron apertura para considerar el estrés como un área específica de estudio, y a su vez debatiendo entre el estrés como respuesta del organismo y el estrés como estímulo para las situaciones de salud.

Si consideramos que el estrés es una variable que afecta a la salud, entonces es posible que esta relación se materialice en ecuaciones que definan su pertinencia o no, incluyendo así los estímulos estresores y las características de salud que podrían verse afectadas ante una permanencia del estrés en el organismo.

La solución del modelo dinámico del estrés permite, por una parte, obtener un conjunto de variables físicas: estresor, mecanismos psicológicos, etc. Y por otra, información sobre el impacto del estrés en las enfermedades. Rojas (Rojas Sierra, 2012) sugiere un modelo causal para el análisis dinámico del estrés, evaluando a través del mismo la retroalimentación del estrés y las enfermedades. Rahe (Rahe R. , 1990) afirma que es importante el conocimiento de la historia natural de los estresores psicosociales y su relación con los estados de salud y enfermedad de los individuos, considerando el impacto psicosocial de los estresores en el tratamiento del síndrome general de adaptación. En (Rahe R. , 1990) se desarrolla una tabla de vida, que documenta cronológicamente los principales acontecimientos de la historia de una persona y el estado de salud concomitante

a lo largo de su existencia, pudiendo comprender cómo se desarrollaron las enfermedades en consonancia con las situaciones estresantes suscitadas.

En la referencia (Neufeld & Paterson, 1989) se analiza principalmente la respuesta activa a la percepción inicial de amenaza, describiendo un modelo del proceso de afrontamiento, que incluye la toma de decisiones y la cantidad de estrés que se espera en diferentes situaciones, además se consideran los efectos de la propia respuesta al estrés sobre las facultades cognitivas.

Algunos autores (Kroenke, Spitzer, & Williams., 2002) han evaluado el concepto de síntomas psicosomáticos, como un efecto que relaciona de forma muy estrecha el estrés y un conjunto de factores tanto cognitivos como emocionales y sociales (Lazarus. & Folkman., 1984), (Sandín., 1999). Esta condición de salud se ha hecho frecuente en las últimas décadas, sobre todo en los ambientes laborales, trayendo importantes consecuencias para las personas. Los efectos que puede desencadenar el estrés incluyen cambios de ánimos fluctuantes, irritación, depresión, problemas para socializar, desanimo, bajo rendimiento en el trabajo y problemas de salud como presión alta, erupciones en la piel, problemas cutáneos, entre otros (González & Landero, 2006).

El estrés y las emociones están condenadas a permanecer unidas (Costa & McCrae., 1987), ya que el primero se produce dependiendo de las reacciones que las emociones desencadenan en el organismo. Así, es posible que un mismo estímulo no produzca la misma emoción en un conjunto de personas, este podría producir diferentes emociones en diferentes personas, las cuales a su vez están condicionadas a las características propias de cada persona, desde la formación familiar hasta la formación académica y las relaciones sociales, son factores que influyen para que una emoción tenga ciertas reacciones fisiológicas en determinados individuos y no las tenga en otros. De esta manera, no es posible categorizar los estímulos, aunque si es posible clasificarlos probabilísticamente.

De esta manera, es pertinente decir que un alto porcentaje de personas siente estrés cuando pierde el empleo, pero esto deberá estar sujeto a las características individuales de cada uno, ya que aquella persona que tiene diversas fuentes de ingreso no sentirá el mismo estrés que aquellas personas que no tienen ninguna otra fuente de ingresos. Lo mismo ocurrirá con todos los estímulos estresores, estarán condicionados a las características propias de cada individuo.

Es posible entonces asegurar que el estrés tiene un proceso de avance desde su origen hasta el colapso del organismo. Partiendo desde la aparición de los estímulos estresores, su presencia y constancia desencadenan reacciones internas en el organismo, estas a su vez suelen tratarse con otro tipo de reacciones de auto defensa, como la ingesta de alcohol y de drogas, que aunque no resuelven el problema, lo disfrazan. Es así como el organismo se auto engaña, mientras el estrés se hace cada vez mayor, logrando afectar algunos órganos y funciones naturales, principalmente las relacionadas con el sistema circulatorio, problemas cardíacos, problemas dérmicos, y situaciones emocionales en

general.

La evaluación dinámica del estrés (Rojas., 2012), (Wheeler., 2012), (Suárez & Rosales, 2019), permite reconocer el impacto que este produce a los estados de salud, evidenciando que los estímulos estresores, identificados como los puntos críticos, son desencadenantes del estrés y en consecuencia de las afecciones de salud que pueda presentar la persona. Rojas (Rojas., 2012) evalúa un proceso de retroalimentación del estrés y las enfermedades causadas por el mismo, mientras Rahe (Rahe R. , 1978) propone identificar los estímulos estresores psicosociales y su influencia en el estado de salud, y el tratamiento del síndrome general de adaptación.

Se han considerado algunos parámetros que permiten medir el estrés (Suárez, Rosales, & Sayago, 2018), que son variables no invasivas y que están dadas básicamente por signos vitales como pulso y respiración. Sin embargo, otros estudios (Velásquez., 2008) han demostrado que son muchos los parámetros que pudieran caracterizar el estrés, pero que uno de los más relevantes es el espectro de voz (Velásquez., 2008), (Giraldo. & Quintero., 2010). Masip, Garrido y Herrero (Masip, Garrido, & Herrero., 2004) han valorado la importancia de las vibraciones de la voz ante las reacciones estresantes del organismo como la mentira, asegurando que todo proceso de estrés conduce a pequeñas vibraciones en el timbre de voz que permiten diferenciar a una persona en esta situación. Otros autores (Ortego C. , 2009) señalan la importancia de evaluar el habla para caracterizar el estado emocional de las personas, pudiendo ser posible con métodos computacionales como front-end y back-end, tomando en cuenta la voz como variable de entrada. El sistema reconoce las emociones y sus efectos en el habla natural de las personas.

En este trabajo se ha considerado la evaluación del espectro de voz para el reconocimiento de estrés en las personas, a partir de una aplicación médica que permite la evaluación y el seguimiento de los pacientes. Además, se muestran las ecuaciones dinámicas del estrés y su relación con las enfermedades.

2 I ANÁLISIS DE COMPORTAMIENTO

Cuando se presentan estímulos estresores, el organismo percibe estos como situaciones que afectan el estado de ánimo (La dinámica de sistemas y el aprendizaje del alumno en la eduación escolar.) . Cuando se presentan estos estímulos de forma permanente se hace más complicado para el sujeto evadir los efectos de los mismos, por esto busca refugio en otras soluciones que pueden conducir al consumo de alcohol, entre otras variantes que podrían empeorar su situación de salud y su estado emocional. Cuando la influencia de los estímulos estresores es muy fuerte, se empiezan a manifestar otras reacciones en el organismo, ocasionando problemas más serios de salud, problemas de conducta y problemas emocionales que podrían llegar a ser irreparables si no se atienden de forma apropiada.

3 I MODELADO MATEMÁTICO, UN ANÁLISIS DESCRIPTIVO

Según (Rojas Sierra, 2012)- (Amador Moncada, Granada Díaz, Redondo Ostegón, & Tost, 2017) las ecuaciones dinámicas son productos de una relación causa-efecto, basado en los flujos de entrada y salida. En este trabajo se ha considerado un diagrama de estados, como se observa en la figura 1. Donde los estados varían desde el estrés hasta la eliminación del estresor, que produce el afrontamiento a la enfermedad, como consecuencia de una solución médica profesional. La dinámica propuesta por Forrester (Forrestere)- (Amador Moncada, Granada Díaz, Redondo Ostegón, & Tost, 2017) supone la vinculación de variables de un determinado sistema con el fin de alcanzar las dependencias entre ellas y sus efectos.

Se ha considerado un diagrama de estados que consiste en una representación del estrés, E, estresor, Es, y también aquellas variables asociadas a los estados de salud de las personas. Se ha tomado en cuenta que cuando el estresor aumenta, el nivel de estrés también aumenta, y en consecuencia la persona afectada tiende a buscar soluciones para intentar equilibrar esta situación, estas soluciones no son tales, pues en su mayoría suelen ser el alcohol, la ingesta excesiva de alimentos, las salidas a fiestas y demás actividades que suelen utilizarse para disfrazar la situación de estrés, que además se vinculan con un mecanismo de autodefensa del organismo y resistencia para abordar la situación de estrés. Cuando estas posibles soluciones actúan es posible observar una posible mejora del estado de salud, que a su vez, irá en decremento a medida que el estresor siga presente y que las soluciones aparentes no puedan producir el efecto real que se espera, para finalmente ser indispensable la ayuda de un profesional médico. En la figura 1 se muestran las relaciones entre el estresor y el desencadenamiento de un mal estado de salud en las personas, siendo necesaria la reducción del estresor para mejorar las condiciones del estrés y en consecuencia, el mejoramiento de la salud del paciente.

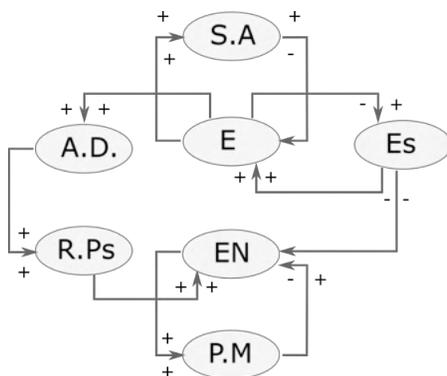



Figura 1. Diagrama de estados; SA: solución aparente, E: estrés, Es: Estresor; AD: AutoDefensa; RPs: Respuesta Psicosomática; EN: Enfermedad; PM: Profesional Médico

Fuente: (Amador Moncada, Granada Díaz, Redondo Ostegón, & Tost, 2017)

Analizando los estados del diagrama de la figura 1, es posible coincidir con (Rojas Sierra, 2012), (Amador Moncada, Granada Díaz, Redondo Ostegón, & Tost, 2017) y constatar las ecuaciones de la (1) a la (6):

$$\frac{d(E)}{dt} = Es - S.A \quad (1)$$

$$\frac{d(En)}{dt} = R.Ps - P.M \quad (2)$$

$$E = \alpha(E * EN) \quad (3)$$

$$S.A = \beta(E) \quad (4)$$

$$RPs = \delta(f(E)) \quad (5)$$

$$P.M = \gamma(EN) \quad (6)$$

Las constantes α, β, δ y γ, refieren a parámetros propios de (1) y (2). Cuando analizamos (Amador Moncada, Granada Díaz, Redondo Ostegón, & Tost, 2017) y (Forrester, Industrial Dynamics, Cambridge., 1961), es posible cuantificar el estrés y el estado de salud, a partir de la tasa de incidencia del mal estado de salud (α), la frecuencia de manifestación del estrés (β), índice del mal estado de salud en contraste con la escala de estrés (Forrester, Industrial Dynamics, Cambridge., 1961), y la frecuencia de la enfermedad (γ).

De las referencias (Forrester, Counterintuitive Behavior of Social Systems, 1971), (Merino.Soto & Ruiz-Del Castillo, 2018) es posible afirmar que a medida que el nivel de estrés se hace mayor, el organismo intenta solucionar la situación, con mecanismos de autodefensa. Así pues, es posible generalizar las ecuaciones en función de *x* y *y* que representan el estrés (*x)* y la enfermedad o mal estado de salud (*y).*

$$\frac{dx}{dt} = \alpha xy - \beta x \quad (7)$$

$$\frac{dy}{dt} = \delta x - \gamma y \quad (8)$$

Para atender estas ecuaciones es necesario hallar el jacobiano:

$$\alpha xy - \beta x = 0 \quad (9)$$

La representación linealizada de (7) y (8) es

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha y - b & \alpha x \\ c & -d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (10)$$

Las ecuaciones (7) y (8) representan un sistema no lineal autónomo, en el que es posible evaluar los puntos estacionarios o críticos, y se evidencia que estos estarían dados por (11)

$$Pto1: (0,0) \qquad (11)$$

$$Pto2: \left(\frac{bd}{ac}; \frac{b}{a}\right)$$

La intersección de las nuclinas dadas en (7) y (8) definen estos puntos críticos dados por (13). Es posible entonces que este sistema no lineal pueda ser linealizado con un desarrollo de Taylor en el punto crítico, en este punto las variables que definen el comportamiento del sistema no manifiestan cambios o variaciones y por tanto, las derivadas asociadas a ellas se anulan. Por lo que las ecuaciones en el punto de funcionamiento se expresan como:

$$x' - axy + by = 0 \qquad (12)$$

$$ax_0 = b \ ; \ x_0 = \frac{b}{a} \ con \ x' = 0 \qquad (13)$$

$$y' + dy - cx = 0 \qquad (14)$$

$$y_0 = \frac{cx}{d} \ ; \ y_0 = \frac{cb}{ad} \quad con \ y' = 0 \qquad (15)$$

Ya definidas las ecuaciones en el punto de operación, es posible desarrollar Taylor, y linealizar con el jacobiano (16) en los puntos críticos.

En (18) se observa la matríz jacobiana con los autovalores en el origen dados por λ=-b y λ=-d

$$J(0,0) = \begin{pmatrix} -b & 0 \\ c & -d \end{pmatrix} \qquad (16)$$

Mientras que los autovalores para el punto crítico $\left(\frac{bd}{ac}; \frac{b}{a}\right)$ *vienen dados por* $\lambda = -\frac{d}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{d^2 + \frac{b^2 d}{a}}$*, obteniendo así un* $\lambda_1 = -\frac{d}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{d^2 + \frac{b^2 d}{a}}$, $\lambda_2 = -\frac{d}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{d^2 + \frac{b^2 d}{a}}$

Puede observarse que el discriminante es siempre positivo, como también aseguran otros autores (Amador Moncada, Granada Díaz, Redondo Ostegón, & Tost, 2017), y también es evidente que λ_1 es negativo y λ_2 es positivo. Lo que ocasiona un equilibrio circunstancial, esto implica que, si el estresor aumenta, el nivel de estrés aumenta produciendo estados de ánimos crecientes en la persona afectada, mientras que si el estresor se reduce, el nivel de estrés se hace menor y el estado de salud del paciente mejora.

El sistema linealizado en L'place se muestra en (17) y (18); por convencionalismo se han cambiado las letras griegas por letras latinas ($a \to \alpha$; $b \to \beta$; $c \to \delta$; $d \to \gamma$)

$$Y(S) = \frac{b(d+1)}{aS(S+d)} \qquad (17)$$

$$X(S) = \frac{bd}{acS} \quad (18)$$

4 I EL ESPECTRO DE VOZ

En el proceso de proyección de la voz se involucran órganos del sistema respiratorio y digestivo, que son controlados por el sistema nervioso central (Sánchez & Pérez, 2007). La excitación generada en las cuerdas vocales es propagada a través de la faringe, la cavidad bucal y la cavidad nasal (Sánchez & Pérez, 2007), (Vargas., 2003). Estas cavidades determinan las características acústicas de la voz (Cárdenas., Ceballos., Shang-Hsueh., Pavez., & Terrisse., 2010).

La figura 2 muestra un esquema del recorrido de la señal de voz, en ella se observa que la función básica inicial es la inhalación.

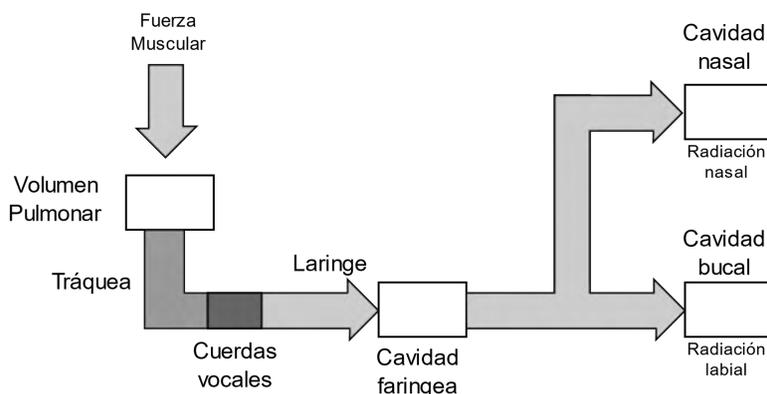



Figura 2. Diagrama de producción de voz.

Fuente: (Suárez, Rosales, & Sayago, 2018)

La expulsión del aire depende de la energía de los músculos del tórax, cuando el tórax se contrae se produce un aumento de la presión pulmonar, lo que expulsa el aire y lo hace atravesar los bronquios y la tráquea, actuando como excitatriz del conducto vocal. Una vez realizado este proceso es posible producir una voz sonora, como consecuencia de la tensión en las cuerdas vocales, que vibran producto del flujo de aire. También es posible generar una voz sorda, producto de una obstrucción en el flujo de aire que atraviesa la cavidad vocal.

El modelo matemático de generación de voz se basa en el análisis del tracto vocal, como una concatenación de tuberías de sección variable, produciendo una función de transferencia (Sánchez & Pérez, 2007).

La transformada de Fourier es una de las herramientas más utilizadas en el procesamiento de señales, la cual consiste en pasar una señal del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia, lo cual facilita el análisis de las diferentes frecuencias presentes en la señal.

La transformada de Fourier está dada en (20) y en ella se observa $f(t)$ en función del

tiempo y $\hat{f}$(w) en el dominio de la frecuencia.

$$\hat{f}(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, e^{-i2\pi wt} dt \qquad (19)$$

Una de las debilidades de la Transformada de Fourier es que no permite el análisis frecuencial localizado (Cárdenas., Ceballos., Shang-Hsueh., Pavez., & Terrisse., 2010). El método de la función ventana permite analizar el tiempo y frecuencia de la señal. Para este proceso se multiplica la señal original por la función ventana, que es la encargada de acotar la señal en un intervalo de tiempo. Esta transformación es llamada Transformada de Fourier en Tiempo Corto (STFT) y se define en (21).

$$G(w,\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t).\, g(t-\tau) e^{-i2\pi wt} dt \qquad (20)$$

g(t) es la función gaussiana que define entonces la transformada Gabor.

Además, se aplica una descomposición de modo empírico, para completar el proceso con un FILTRADO de la señal. Los componentes obtenidos de dicha filtración se llaman función de modo intrínseco (Estrada., Torres., & Raimon, 2014).

5 I LA VOZ Y LOS ESTADOS EMOCIONALES

Duque y Morales [15] afirman que existe una relación estrecha entre las características de la voz y los estados emocionales de las personas (figura 3). Algunas investigaciones (Roldan., 1998), (Núñez, Cortéz, & Suárez., 2006), han demostrado que varios aspectos del estado físico y emocional, incluyendo edad, sexo, nivel de inteligencia, aspecto físico y personalidad, pueden ser identificados solo con la voz.

Figura 3. Relación voz-estados emocionales

Fuente: (Duque & Morales, 2007)

Gracias a estudios recientes (J.González., T.Cervera., & J.Miralles., 2002), ha sido posible asegurar que algunos de los componentes de la voz son característicos para expresar emociones, entre las que se puede mencionar:

- La frecuencia fundamental.
- EL tiempo de duración.
- La calidad de la voz.

De estos aspectos, la frecuencia fundamental es la más resaltante para determinar las emociones. La curva del tono de voz podría suponerse discontinua para las emociones consideradas como negativas (miedo, enfado) y es suave para las emociones positivas (por ejemplo, la alegría).

6 I EL ESTRÉS Y LA VOZ

La clasificación del estrés tomando en cuenta el promedio de frecuencia de la voz, es considerada por (Elisei., 2012) , (Ortego C. , 2009) , (Duque & Morales, 2007) en la forma siguiente:

Estado neutral: Es el estado en el que la persona no tiene un estrés significativo, está en estado de relajación, la frecuencia de voz está en el rango $12Hz>f_v \geq 8Hz$

Estado medio: Es el estado en el que la persona siente cierto nivel de estrés significativo, angustia, inquietud moderada, la frecuencia de su voz se encuentra en el rango de $15Hz>f_v \geq 12Hz$

Estado alto: Es el estado en el que la persona presenta un alto nivel de estrés, inquietud elevada, ansiedad, factores físicos como sudoración, la frecuencia de su voz está en el rango de $17Hz>f_v \geq 15Hz$

7 I LAS REDES NEURONALES ARTIFICIALES

En los procesos con redes neuronales se tienen cuatro elementos básicos:

1. Las conexiones, pesos o sinapsis que definen el comportamiento de la neurona. Dichas conexiones pueden estar representadas por un signo positivo cuando se consideren excitadoras, o presentar un signo negativo cuando se consideren inhibidoras.

2. Un elemento sumador que suma las entradas multiplicadas por las sinapsis correspondientes.

3. La función de activación no lineal para condicionar la amplitud de la señal de salida.

4. Un nivel de umbral que determina la activación de la neurona.

La figura 4 describe de forma gráfica el comportamiento y los elementos de la

neurona.

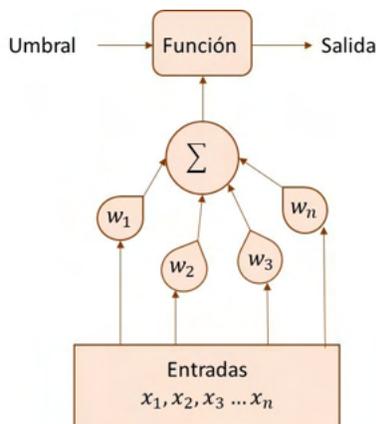



Figura 4. Modelo de la red neuronal

Fuente: Propia

Matemáticamente se pueden reconocer las expresiones dadas en (21) y (22)

$$U = \sum_{j=1}^{k} w(j).x(j) \qquad (21)$$

Y

Salida= ρ (U-umbral) (22)

Donde es una función no lineal conocida como función de activación. Por lo general esta se asocia al umbral de la salida U, mediante una entrada y un peso adicional, como se observa en (23).

$$umbral = \sum_{j=0}^{k} w(j).x(j), x(0) = 1 \qquad (23)$$

El modelo neuronal descrito es considerado el modelo general, sin embargo también son posibles otros modelos que no llevan a cabo un promedio de las entradas directamente, sino que antes de multiplicar por los pesos realizan una transformación de las entradas, que puede ser cuadrática, polinómica o esférica.

El modelo planteado en (23) es un modelo estático, por lo que un modelo más completo debería considerar salidas anteriores, dando origen a un modelo dinámico, originando una neurona con memoria, como describe (24):

Salida= F($salidas_{n-k}$, entradas), k=1,…, n-1 (24)

Lo que conduce a afirmar que la salida no solo depende de las entradas como en (23) sino que además depende de las salidas anteriores.

REFERENCIAS

Alcántara Moreno, G. (2008). La definición de salud de la Organización Mundial de la salud y la interdisciplinariedad Sapiens. *Rev. Universitaria de Investigación, 9*(1), 93-107.

Amador Moncada, J. A., Granada Díaz, H. A., Redondo Ostegón, J. M., & Tost, G. O. (2017). Dinámicas no lineales y no suaves en procesos estrés-enfermedad. *Rev. Ciencia y Desarrollo., 8*(1), 9-19.

Antón, E. (2013). Estrés laboral y variables biomédicas. *Revista My Science Work*.

Berrío, N., & Mazo, R. (2011). Estrés Académico. *Revista Dialnet, 3*(2).

Bourdin, G. (2016). antropology of the emotions: cocepts and trends. *Revista de Ciencias Antropológicas*(67), 55-74.

Cárdenas., I., Ceballos., H., Shang-Hsueh., L., Pavez., W., & Terrisse., C. (2010). *Estudio acústico de la variación interlocutor en sujetos hablantes nativos del español de Santiago de Chile. .* Chile: Tesis de Grado. Universidad de Chile.

Comercio, E. (26 de enero de 2019). Estrés laboral en el Ecuador. *EL Comercio*.

Costa, P., & McCrae., R. (1987). Neuroticism, somatic complaints, and disease; When are somatic complaints unfounded? . *American Psychologist, 40*, 19-28.

De Camargo, B. (2004). Estrés, Síndrome General de Adaptación o Reacción General de Alarma. *Rev. Médico Científica, 17*(2), 123-135.

Domínguez, B., & Olvera, Y. (2006). Estados emocionales negativos; dolor crónico y estrés. *Rev. Ciencias*, 67-75.

Duque, C., & Morales, M. (2007). *Caracterización de voz empleando análisis tiempo-frecuencia aplicacda al reconocimiento de emociones.* Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.

Elisei., N. (2012). Análisis acústico de la voz normal y patológica utilizando dos sistemas diferentes: ANAGRAF Y PRAAT. *Interdisciplinaria, 29*(2), 339-357.

Estrada., L., Torres., A., & Raimon, J. (2014). Evaluación de la asincronía bilateral y toracoabdominal mediante señales mecanomiográficas. *A: Congreso Anual de la Sociedad Española de Bioingeniería. "Libro de Actas del CASEIB 2014 XXXII Congreso Anual de la .* España.

Fernández-Berrocal, P. (2009). *Darwin y el misterio de las emociones.* Málaga: UMA. SEDOC.

Flórez, C. (2014). *Estrés laboral en empresas de producción.* Colombia: Universidad de Manizales.

Forrester, J. (1961). Industrial Dynamics, Cambridge. *Productivity Press.*, 464.

Forrester, J. (1971). Counterintuitive Behavior of Social Systems. *Technology Review, 73*(3), 53-68.

Forrestere, j. (s.f.). La dinámica de sistemas y el aprendizaje del alumno en la eduación escolar. *Rev. Academia. .*

Giraldo., D., & Quintero., O. (2010). *Análisis de señales de audio utilizando la transformada de Gabor.* Recuperado el junio de 2019, de https://repository.eafit.edu.co/.../29%20Analisis_de_senales_audio_utilizando_transformada

González, M., & Landero, R. (2006). Sintomas psicosomáticos y teoría transaccional del estrés. *Revista Ansiedad y estrés, 12*(1), 45-61.

Harlow, H., & Harlow, M. (1962). Social Deprivation in Monkey. *Scientific Americam*(207), 136-146.

Ibañez, C. (2009). Charles Darwin. *Sociedad*, 38-42.

J.González., T.Cervera., & J.Miralles. (2002). Análisis acústico de la voz: Fiabilidad de un conjunto de parámetros multidimensionales. . *53*(4), 256-268.

Kroenke, K., Spitzer, R., & Williams., J. (2002). he PHQ-15: validity of a new measure for evaluating the severity of somatic symptoms. *Psychosomatic Medicine, vol. 64*, 258-266.

Lavalle-González, F., Villarreal-Pérez, J., González, G., Montes-Villarreal, M., Mancillas-Adame, L., Tamez-Pérez, H., & al., e. (2011). Validación de la medición de cortisol en saliva de una población de adultos jóvenes. *Rev. Endocrinología y Nutrición, 19*(4), 146-158.

Lavalle-González, F., Villarreal-Pérez, J., González-González, G., Montes-Villarreal, J., Mancillas-Adame, L., Tamez-Pérez, H., . . . Valencia-García, J. (2011). Validación de la medición de cortisol en saliva de una población de adultos jóvenes. *Revista de endocrinología y nutrición., 19*(4), 146-148.

Lazarus., R., & Folkman., S. (1984). Stress, coping and adaptation. *New York, Springer.*

Martínez, E., & Díaz, D. (2007). Una aproximación psicosocial al estrés escolar. *Educación y Educadores, 10*(2).

Masip, J., Garrido, E., & Herrero., C. (2004). La detección de la mentira mediante la medida de la tensión en la voz: una revisión crítica. . *Estudios de psicología, 25*(1).

Maslach, C., & Pines, A. (1977). The burnout syndrome in day care setting. *Rev. Child care quarterly, 62*, 100-113.

Merino.Soto, C., & Ruiz-Del Castillo, C. G. (2018). Explorando el vínculo entre la inteligencia emocional y la satisfacción con la vida en adultos peruanos. *Rev. Ansiedad y Estrés., 24*(2), 140-143.

Montagu, A. (1959). Natural Selection and the Origin and Evolution of Weeping in Man. *Science*(130), 1572-1573.

Moscoso, M. (1998). Estrés, salud y emociones: estudio de la ansiedad, cólera y hostilidad. *Rev. De la facultad de psicología de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos., II*(2), 47-68.

Moure, P. (2011). De lo psicológico a lo fisiológico en la relación entre emociones y salud. *Revista Psicología Científica, 13*(19), 1-8.

Naranjo, M. (2009). Una revisión teórica sobre el estrpes y algunos aspectos relevantes de este en el ámbito educativo. *Revista Educación, 33*(2), 171-190.

Naranjo, M. (2009). Unaq revisión teórica sobre el estrés y algunos aspectos relevantes de este en el ámbito educativo. *Rev. Educación, 33*(2), 171-190.

Neufeld, R., & Paterson, R. (1989). Advances in the investigation of psychological stress. *Wiley series on health psychology/behavioral medicine.*, 43-67.

Núñez, F., Cortéz, P., & Suárez., C. (2006). Índice de incapacidad vocal: predictivos. *Acta Otorrinolaringol, 57*, 101-108.

Ortego, C. (2009). *Detección de emociones en voz espontánea.* Madrid: Universidad Autónoma de Madrid.

Ortego, C. (2009). *Detección de emociones en voz espontánea. .* Madrid.: Trabajo de fin de carrera. Universidad Autónoma de Madrid.

Palacios, D. (2017). *Contribución al estudio de selección de parámetros para identificación de estrés en la voz.* España: Universidad Politécnica de Madrid.

Rahe, R. (1978). Life change measurement clarification. *Psychosomatic Medicine, 40*, 95-98.

Rahe, R. (1990). Estresores psicosociales y trastorno de adaptación: la tabla de vida de Van Gogh ilustra el estrés y la enfermedad. *The Journal of Clinical Psychiatry., 51*(11), 13-19.

Ramírez, E. (2001). Antropología "compleja" de las emociones humanas. *Isegoría, 25*, 177-200.

Reite, M., & Short, R. (1981). Attachmente, loss and depression. *Journal of Child Psychology and Psychiatr*(2), 141-170.

Rojas Sierra, C. A. (2012). *Procesos Complejos del Estrés: Dinámica no lineal.* Colombia: Tesis de MAestría. Universidad Nacional de Colombia.

Rojas., C. (2012). *Procesos Complejos del Estrés: Dinámica no lineal.* Colombia: Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Colombia.

Roldan., E. (1998). Calidad y dinámica de la voz en grupos sociales en la ciudad de Valdivia (Chile). . *Estudios Fisiológicos., 33*, 111-118.

Rubio, J., Guerrero, E., & Castro, F. (2003). *Fuentes de estrés, síndrome de Bo¿urnout y actitudes disfuncionales de orientadores de institutos de eneseñanza secundaria.* España: Universidad de Extremadura.

Sánchez, A., & Vaquero, M. (2008). Burnout, variables fisiológicas y antropométricas: un estudio en el profesorado. *Revista medicina y seguridad en el trabajo, 54*(210).

Sánchez, C. D., & Pérez, M. M. (2007). *Caracterización de voz empleando análisis tiempo-frecuencia aplicada al reconocimiento de emociones.* Pereira.: Trabajo de grado. Universidad tecnológica de Pereira.

Sánchez, M., & Maldonado, L. (2003). Estrés en docentes universitarios. *Revista de Ciencias Sociales, IX*(2), 323-335.

Sandín., B. (1999). El estrés psicosocial. *Madrid: Klinik.*

Slipak, O. (1991). Estrés laboral. *Revista Psicología y Psiquiatría*.

Slipak, O. E. (1991). Historia y concepto del estrés. *Rev. Argentina de clínica neuropsiquiatría., 03*, 355-360.

Suárez, F., & Rosales, L. (2019). Simulación de estrés en la generación de enfermedades laborales. *Espirales, 2*(9).

Suárez, F., Rosales, L., & Sayago, J. (2018). Artificial neural network for the evaluation of vital signs. *Universidad, Ciencia y Tecnología., 22*(89), 103-107.

Surrallés, A. (2005). Afectividad y epistemología de las ciencias huamanas. *Revista de Antropología Iberoamericana*, 1-15.

Vargas., F. (2003). *Selección de características en el análisis acústico de voces. .* Colombia: Masters Thesis, Universidad Nacional de Manizales.

Velásquez., G. (2008). *Sistema de reconocimiento de voz en Matlab.* Guatemala: Tesis de grado. Universidad de San Carlos de Guatemala.

Wheeler., E. (2012). *El estrés en estudiantes de EGB.* Buenos Aires, Argentina: Trabajo de Tesina. Universidad abierta interamericana.

Wierzbicka, A. (1986). Human Emotions: Universal or Culture-Specific? . *American Anthropologist, 88*(3), 584-594.

CAPÍTULO 7

UTILIZAÇÃO DA PLATAFORMA GEOGEBRA NO ENSINO REMOTO EMERGENCIAL NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Data de aceite: 01/08/2022

Arianne Vellasco Gomes
Colégio de Aplicação “Escola de Educação Básica” da Universidade Federal de Uberlândia

Emília de Mendonça Rosa Marques
Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”

RESUMO: Este relato de experiência tem como objetivo principal incentivar docentes de matemática à utilização da Plataforma GeoGebra em suas aulas, desde as séries iniciais. As Novas Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação - NTIC apresentam grande potencial de ensino e aprendizagem e têm sido importantes aliadas nesse momento único na Educação Brasileira. Nosso relato é resultado do uso da Plataforma GeoGebra Classrom e GeoGebra Notes associados à Plataforma da Microsoft Teams no Ensino Remoto Emergencial em aulas de Matemática, para 25 alunos do 4º ano e 27 alunos do 5º ano do Ensino Fundamental do Colégio de Aplicação “Escola de Educação Básica” da Universidade Federal de Uberlândia – CAP ESEBA/UFU, Minas Gerais. A proposta visou tornar as aulas de Matemática mais dinâmicas e interessantes, em um momento de estresse por causa da pandemia. Essa metodologia de uso combinado de tecnologias, foi proposta para desenvolver aulas síncronas de conteúdos matemáticos específicos, a saber, sistema de numeração decimal para o 4º ano e divisibilidade dos números naturais e seus múltiplos, para o 5º ano. Durante as atividades propostas, observou-se que os estudantes estavam motivados e participaram das aulas de forma colaborativa.

PALAVRAS-CHAVE: GeoGebra Classroom. GeoGebra Notes. TIC. Educação Básica. Ensino Remoto Emergencial.

INTRODUÇÃO

Diante do novo contexto vivenciado pelo mundo no ano de 2020, por consequência da pandemia da COVID-19, os estudantes do Colégio de Aplicação “Escola de Educação Básica” da Universidade Federal de Uberlândia - CAP ESEBA/UFU, tiveram suas atividades de ensino presenciais (aulas teórico/práticas) interrompidas em 18 de março, permanecendo desta forma até o momento. Neste período os familiares e estudantes da escola tiveram acesso a atividades complementares como o projeto “ESEBA em casa”. Os objetivos do projeto foram aproximar ainda mais toda a comunidade acadêmica no tempo de isolamento; interagir com os estudantes e somar esforços motivacionais aos envolvidos. Este espaço virtual congregou o trabalho de diferentes docentes e técnicos (as) do colégio, onde foram disponibilizados, semanalmente, dicas e sugestões de leituras, filmes, jogos, brincadeiras e sites interessantes, dentre outros. O projeto não tinha como objetivo repor horas/aula ou cumprir o calendário acadêmico que estava suspenso.

Além disso, a gestão e os docentes realizaram diversas reuniões buscando encontrar alguma solução que pudesse amenizar os agravantes advindos pela pandemia. Buscava-se também uma possibilidade de continuação do ano letivo de 2020 por meio de ações na modalidade de ensino remoto. Decidiu-se que, a partir de 30 de junho de 2020, o colégio retomaria o calendário através do Ensino Remoto Emergencial (ERE), conforme orientações emitidas pelo Conselho Nacional de Educação (CNE) que trata da "Reorganização do Calendário Escolar"[1] durante a pandemia da COVID-19, assim, os docentes retornaram suas atividades de ensino com os/as estudantes por meio de "Roteiros de Estudo". O colégio disponibilizou os Roteiros de Estudo no site e também de forma impressa a alguns estudantes.

Concomitantemente, os docentes e técnicos (as) do colégio puderam realizar diversos cursos de formação oferecidos pelo Programa de Formação Docente da UFU, os quais foram ofertados pela Diretoria de Capacitação e Formação Docente, dentre eles destacam-se: "Microsoft Teams para Atividades de Ensino Remotas", "Como Configurar meu curso EaD", "Conhecendo minha nova sala de aula" e o "Curso de Reuniões Virtuais e Web conferências Mconf/RNP". Os cursos propiciaram aos docentes a familiarização necessária com os softwares e plataformas disponibilizadas pela universidade para os futuros encontros síncronos e/ou assíncronos com os estudantes.

De forma adicional, o CAP ESEBA/UFU realizou um Censo Escolar através de um levantamento quantitativo de estudantes/famílias que não tinham, nem teriam, acesso adequado às ferramentas tecnológicas, tais como equipamento e/ou dados móveis, para a realização de atividades remotas síncronas e assíncronas. Por meio do censo a escola envidou esforços para conceder um Auxílio Emergencial de Inclusão Digital para participantes do ERE, respeitando as condições financeiras da instituição, conforme, Edital Nº 5/2020 de 10 de agosto de 2020 da Pró-Reitoria de Assistência Estudantil (PROAE), finalizado em setembro/2020, a fim de garantir a equidade e de incluir de forma digital os discentes que estivessem em condição de vulnerabilidade socioeconômica.

Com a distribuição dos auxílios, a escola pôde implementar as atividades remotas virtuais por meio da Plataforma da Microsoft Teams (Plataforma MTeams), na versão gratuita, após o dia 29 de setembro de 2020. Esta plataforma possibilita encontros entre discentes e docentes de forma simultânea, os citados encontros síncronos. A plataforma oferece diversos recursos, como: "Bate Papo" (Chat), lista de presença e compartilhamento da tela e/ou de aplicativos e softwares educativos, além disso, os docentes puderam inserir atividades e materiais complementares, através de postagens específicas e individuais.

Com a evolução das aulas síncronas, a primeira autora deste relato e professora de matemática dos alunos de 4º e 5º anos do colégio, supracitado, percebeu que suas aulas precisavam se libertar totalmente do processo tradicional de ensino e aprendizagem, deixando por completo a aula expositiva, o que tornou o desafio ainda maior. Motivada ainda

1 MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO.

mais pelo momento e senso da necessidade de apoiar e ajudar seus alunos, pesquisou nas NTIC, softwares e recursos educacionais que pudessem ser acessados, via internet, por meio de diversos dispositivos: computadores, *notebooks*, *smartphones*, *tablets* ou outros.

Nos últimos tempos, o computador possibilitou e desenvolvimento de atividades não só de busca, análise e organização das informações, mas também de recuperação e desenvolvimento de conteúdos matemáticos, dentre outros. Mais recentemente vemos os programas de geometria dinâmica, que auxiliaram na compreensão significativa de diversos conceitos, dando à construção do pensamento geométrico uma nova importância no cenário matemático. Agora o uso integrado de plataformas e softwares educativos possibilitam a "visualização do abstrato".

Muitas propriedades algébricas podem ser testadas em softwares gráficos, como exemplo citamos a Plataforma GeoGebra, em constante desenvolvimento por membros voluntários de uma comunidade virtual de desenvolvedores, o qual é distribuído de forma gratuita pela internet. Em níveis mais avançados, tem-se que a análise complexa, considerada central no conhecimento matemático e de grande aplicação em diversas áreas do conhecimento científico, também tem se beneficiado do avanço significativo da computação gráfica e de softwares gráficos, os quais têm sido utilizados no ensino-aprendizagem da matemática na graduação e pós-graduação.

Os inúmeros softwares educativos que tem surgido nos últimos tempos auxiliam no ensino-aprendizagem da matemática, visto que os estudantes podem interagir fazendo suposições e testando suas hipóteses; podem estudar, por exemplo, os efeitos dos parâmetros de uma função real através da dinamicidade da Plataforma GeoGebra; podem ainda, visualizar e examinar detalhes em sólidos geométricos bastante complexos e com inúmeras faces. O desenho tridimensional em papel ou quadro-negro era uma habilidade especial de poucos professores, hoje com o computador e softwares adequados, todos podemos desenvolver tal habilidade e utilizá-la em nossas aulas.

Segundo Santos, Sá e Nunes (2014) "a utilização de softwares permite explorar os recursos computacionais existentes de forma criativa e diferenciada, tornando assim as aulas mais dinâmicas". Cada vez mais inteirados das possibilidades, percebeu-se que o uso das NTIC poderia auxiliar na dinamização das aulas para os, respectivos alunos, do 4º e 5º anos do Fundamental do CAP ESEBA/UFU. Decidiu-se então, incorporar nas aulas da professora/autora, a interface interativa da Plataforma GeoGebra, visando proporcionar ensino e aprendizagem da Matemática de forma diversificada, eficiente e prazerosa.

Visando a utilização mais adequada da interface da Plataforma GeoGebra, a professora/autora procurou se especializar nessa Plataforma, através de palestras, cursos e relatos de experiências. Participou de encontros Digitais, Webinars e Minicursos, oferecidos pelo II Congresso Brasileiro do Geogebra. Participou do primeiro curso online ministrado pelo Profº Humberto Bortolossi sobre "Controle da visibilidade e da aparência dos objetos no GeoGebra como recurso para potencializar construções dinâmicas" e ainda,

do curso oferecido pelo Pofº Luis Cláudio Araújo, “O GeoGebra como ferramenta para uma melhor compreensão de conceitos estudados em Cálculo”. Neste último, a professora/autora aprendeu sobre o uso da plataforma GeoGebra Classrom, pôde participar de atividades em tempo real sugeridas pelos ministrantes do curso, perceber a forma que o professor visualizaria sua sala e se encantar com as diversas construções disponíveis no site oficial da Plataforma: www.geogebra.org.

Além disso, participou de dois Webinar: (1) “Produções cientificas na plataforma GeoGebra: Resultados do Instituto GeoGebra de São Paulo” da Profa Dra Celina Abar e (2) “Um diálogo sobre as produções da plataforma GeoGebra na Europa” proposto e ministrado pelo Prof. Dr. Augustin Carrilho. Nestes dois momentos de formação a professora/autora conheceu o aplicativo “GeoGebra Notes” e algumas possibilidades para inseri-lo nas aulas, além de ser apresentada a diversos materiais, como aulas, jogos e livros, que outros professores desenvolveram e deixaram disponíveis para a comunidade.

Através dessa preparação a professora/autora ampliou seu olhar sobre as possibilidades do uso da Plataforma GeoGebra, visto que apenas o software lhe era familiar. Na sequência realizou-se uma busca criteriosa no site “geogebra.org”, que resultou na escolha de atividades que poderiam ser utilizadas nas aulas sobre o Sistema de Numeração Decimal pra o 4º ano e Divisibilidade dos Números Naturais e de seus múltiplos para o 5º ano. Por fim, e de forma concomitante às aulas, tem-se buscado desenvolver novas atividades, para propô-las aos estudantes e, em se mostrando adequadas, disponibilizá-las no site oficial desta Plataforma, colaborando com toda comunidade.

REFERENCIAL TEÓRICO

Vale salientar que alguns artigos que ressaltam a importância de incorporar as TIC na prática docente. De uma maneira geral, Santos, Sá e Nunes (2014) afirmam que o uso das TIC favorece o ensino e a aprendizagem, entretanto, com a inserção das aulas online as escolas, os docentes devem ter cautela com o seu uso. Seria desejável que suas aulas abrangessem formas como: a aula expositiva síncrona ou através de vídeos gravados, aulas investigativas utilizando softwares educativos interativos e dinâmicos, exercícios e atividades lúdicas.

Dessa forma, o papel do professor nesse ambiente é de fundamental importância, porque somente a introdução dos computadores não provoca mudanças nas práticas docentes enraizadas e no processo de ensino e de aprendizagem. Com o uso das TIC, o educador terá de refletir sobre as várias formas de construção do conhecimento. Por isto, deverá pensar de forma cuidadosa na metodologia e no processo ensino e aprendizagem em um ambiente interativo e dinâmico.

Em particular, com relação à Matemática, as TIC permitem despertar nos estudantes o interesse e a motivação para aprender matemática, podendo propiciar uma nova visão

para os conteúdos, eliminando a ideia de "reprodução mecânica de tarefas e exercícios". Com a utilização das TIC o estudante passa a construir seu próprio processo de ensino e aprendizagem e não apenas um espectador dos conhecimentos transmitidos pelo professor.

Segundo Santos, Sá e Nunes (2014) a "tecnologia aliada à educação facilita a aprendizagem, uma vez que possibilita que o conteúdo seja trabalho de maneira dinâmica e diversificada.". Considerando tal contexto, propõe-se, neste relato, o uso da plataforma GeoGebra Classroom e GeoGebra Notes que proporcionam um trabalho dinâmico, interativo e lúdico.

A Plataforma de gestão de aprendizagem GeoGebra é gratuita e multiplataforma, podendo ser utilizada para todos os níveis de ensino. Pode-se trabalhar conteúdos matemáticos combinando geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo em um único sistema. Desde 2001 tem se consagrado como um software educativo e recebeu vários prêmios na Europa e EUA. Possui uma interface que permite facilitar o acesso, apesar de apresentar vários recursos sofisticados do ponto de vista da interpretação algébrica e, ou, geométrica. Tendo em vista a crescente demanda pelos processos de ensino e aprendizagem em ambientes virtuais, tem-se neste *software* um aliado, pois apresenta ferramentas de produção de aplicativos interativos em páginas WEB e também está disponível em vários idiomas.

METODOLOGIA

Segundo Sousa (2018), a plataforma GeoGebra é uma metodologia ativa que auxilia e estimula o interesse dos estudantes no aprendizado, por associar a abordagem geométrica e visual à abordagem algébrica e aritmética, e ainda, por apresentar "o concreto" e por proporcionar interatividade, fazendo com que o aluno amplie seus conhecimentos dos assuntos abordados.

Considerando a nova conjectura, com a implementação das aulas remotas através da plataforma MTeams, foi proposto um questionário aos dois grupos de alunos visando, verificar se os referidos alunos conseguiriam acessar a sala online, acompanhar o desenvolvimento de cada um deles nos roteiros de estudos e observar as possíveis dificuldades que se apresentariam ao implementar as atividades com recursos do GeoGebra Classroom. Ressalto que alguns alunos apresentaram dificuldades para transitar entre as plataformas Geogebra Classrom e MTeams.

Em seguida, pensando na metodologia ativa, a professora/autora pesquisou atividades no site da plataforma GeoGebra que auxiliassem os estudantes na assimilação dos conteúdos de sistema de numeração decimal e divisibilidade/múltiplos. Para o 4º ano a professora/autora encontrou a atividade "Valor posicional" disponibilizada pelo autor Ceferino A. no link "https://www.geogebra.org/m/tpnqJ4Jx#material/uvhyzqgw". Para o 5º ano encontrou a atividade "Pincha el múltiplo. Criterios del 2, 3, 5, 9, 10 y 11"

disponibilizada pelo autor Javier Cayetano Rodríguez no link "https://www.geogebra.org/m/usbwfjn2". Depois de selecionar estas tarefas a professora utilizou o recurso de "copiar atividade" do GeoGebra Classroom para adaptá-las e "inserir elementos" como um texto contendo as instruções da mesma e um resumo do conteúdo, bem como adicionar questões abertas, a fim de verificar se os estudantes conseguiram assimilar o assunto trabalhado com a atividade interativa. Finalizada a etapa de implementação da atividade é possível "criar uma sala" e copiar o link de acesso a esta sala para disponibilizar aos estudantes. A professora/autora disponibilizou o link por meio do Chat do MTeams e deixou a sala aberta por uma hora aula. Os estudantes deixaram as câmeras e microfones abertos no MTeams e migraram para a sala do Geogebra Classrom para resolver a atividade interativa e em sequencia responder ao questionário. As dúvidas eram sanadas em tempo real e a professora conseguia acompanhar o desenvolvimento das atividades de cada aluno por meio do GeoGebra Classrom e auxiliar os que apresentavam certa dificuldade.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Por meio do GeoGebra Classrom pode-se enviar atividades interativas ou questionário aos estudantes e visualizar o progresso da mesma em tempo real e em tarefa para casa. Esta plataforma permite que o professor verifique instantaneamente qual o aluno acessou a sala de aula criada por meio da Plataforma GeoGebra ou quais tarefas ainda não foram iniciadas, por cada um dos alunos. Além disso, as respostas dos estudantes ficam salvas na plataforma para que o professor consiga analisá-las posteriormente.

Com este conhecimento, a professora/autora iniciou o uso do GeoGebra Classrom em suas aulas remotas por meio de um questionário, para que o aluno se familiarizasse com a nova plataforma. A professora disponibilizou o link da sala pelo chat no MTeams. Os alunos acessavam a sala clicando no link e informando seu nome. A professora conseguia acompanhar de forma simultânea os estudantes que estavam acessando a sala e com isso pôde auxiliar os alunos que ainda não haviam acessado. Com este questionário conseguiria sondar o desenvolvimento dos conteúdos com os Roteiros de Estudos. Na Figura 1, tem-se a visão da professora do aplicativo durante a execução do questionário. O aplicativo possibilita que o professor visualize quantos alunos iniciaram cada tarefa, de uma maneira geral.

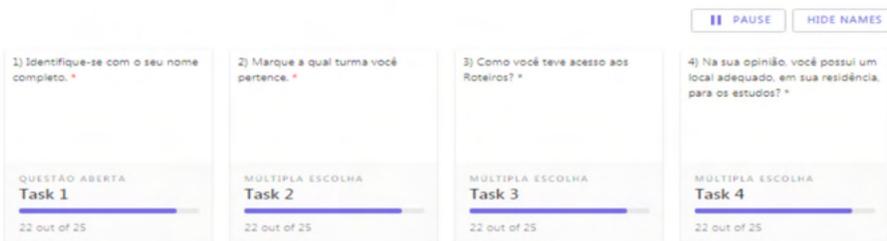



Figura 01 – Visualização do quadro evolutivo das atividades na plataforma Classrom.

De modo simultâneo, a professora/autora conseguiu clicar na questão e visualizar a resposta de uma pergunta de múltipla escolha de duas formas, ou ver um gráfico quantitativo ou verificar quais alunos marcaram cada alterativa. A Figura 2 apresenta a interface de visualização das respostas dos estudantes a uma questão de múltipla escolha. Observa-se que é gerado um gráfico de barras onde é possível visualizar o quantitativo de alunos que marcaram cada uma das alternativas e, de forma adicional, apresenta o nome dos estudantes que responderam cada alternativa.

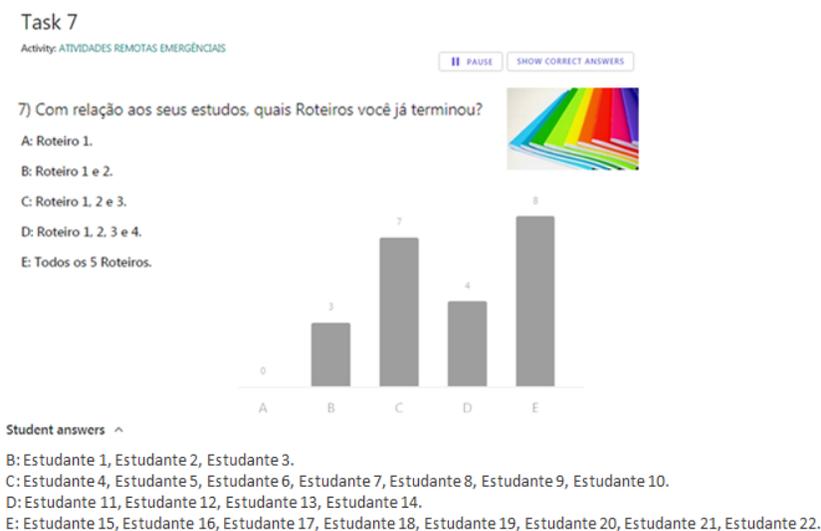



Figura 02 – Visualização de uma resposta múltipla escolha, por meio do GeoGebra Classrom.

Com isso, posteriormente a professora/autora pôde conversar com cada estudante e tentar auxiliá-lo nos afazeres dos roteiros. Ressalto que se fosse uma questão de matemática conseguiria selecionar quais alunos sabem a resposta correta e auxilia-lo pontualmente, como fez em questão de divisão posteriormente.

No questionário a professora fez perguntas abertas e com a interface da plataforma do GeoGebra Classrom pôde visualizar a resposta de cada um dos alunos. Veja na Figura 3, um exemplo de como a plataforma disponibiliza as resposta abertas.

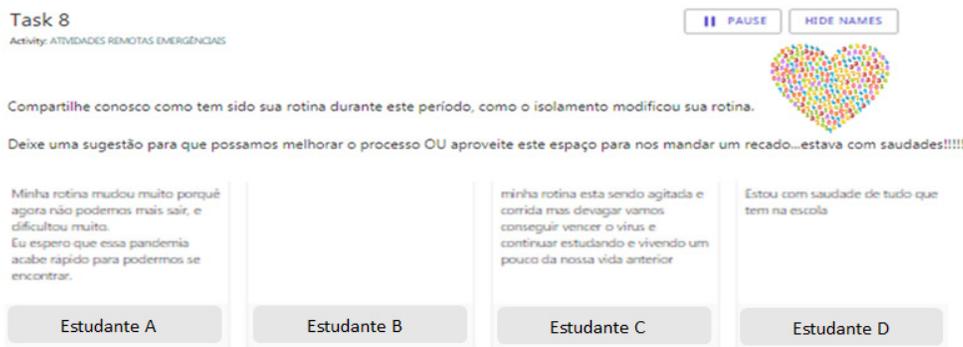



Figura 03 – Visualização de uma resposta aberta, por meio do GeoGebra Classrom

Esta opção foi importante também em outra atividade que a professora fez, na qual perguntava sobre os critérios de divisibilidade, neste o aluno deveria escrever se o numero era divisível ou não e o porquê, e assim, auxiliar aqueles que respondiam de forma equivocada a questão.

Por entender que a inserção da nova estrutura com o MTeans possibilitaria a implementação de novas didáticas para o ensino, como o uso das ferramentas tecnológicas, a professora inseriu, em suas aulas síncronas, alguns materiais dinâmicos para instigar o aluno a estudar mais, como descrito a seguir.

Os alunos do 5º ano estavam estudando sobre divisibilidades dos números e os múltiplos, assim, a professora/autora propôs um jogo, disponibilizado pelo autor Javier Cayetano Rodríguez, no qual o aluno deveria clicar nos balões para explodi-los se fossem múltiplos ou não do número indicado, conforme solicitado pelo jogo. A figura 4, apresenta a interface do jogo. Cada tela concluída vale 1,5 pontos, mas com as falhas seriam penalizados em 1 ponto.

Task 1

Activity: Jogo "Clique nos múltiplos" (Critérios de 2, 3, 5, 9, 10 e 11)

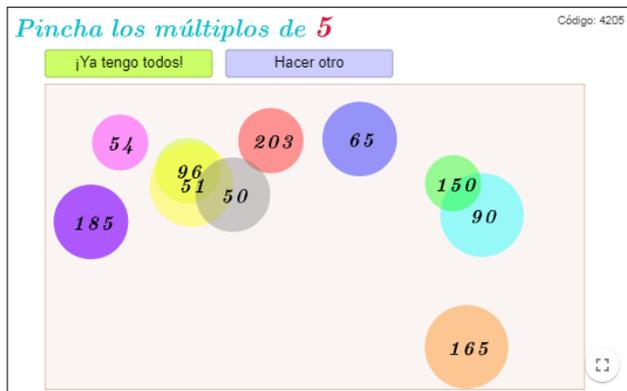



Figura 04 – Interface do jogo “Clique nos Múltiplos”.

Como havia uma pontuação no jogo, os estudantes disputavam entre si para saber qual deles conseguiu a maior pontuação. De forma adicional, após o jogo, os estudantes respondiam um questionário pelo aplicativo Classroom sobre múltiplos, para que a professora analisasse se os estudantes conseguiram compreender a matéria.

Já com os alunos do 4º ano, ao trabalhar o conteúdo de sistema de numeração decimal, trouxe o jogo disponibilizado pelo autor Ceferino A, que era uma representação do jogo de Fichas Escalonadas. Veja na Figura 5 a interface do jogo. Os estudantes deveriam clicar na etiqueta e indicar o valor do número circulado na figura. Poderiam também escolher o nível de dificuldade do jogo.

Atividade de Valor posicional

Tarefa 1: Clique na etiqueta e indique o valor do número circulado na figura. Pode escolher o nível de dificuldade.

Figura 05 – Interface do jogo “Valor posicional”.

Da mesma forma, depois do jogo, os alunos respondiam um questionário com questões abertas sobre o sistema de numeração decimal.

Com as atividades, a professora percebeu que os estudantes ficavam mais empolgados para aprender, pois com o uso da plataforma GeoGebra existia a empolgação de saber o conteúdo para jogar ou apresentar uma solução para a atividade. Além disso, notou que os estudantes competiam entre si, queriam saber quem havia acertado mais entre os colegas, isso estimulou o aprendizado. Os estudantes começaram a participar mais das aulas síncronas, a questionar, tirar dúvidas, responder as perguntas, pois sabia que por meio do seu próprio empenho conseguiria aprender e consequentemente obter mais pontos que o colega na futura atividade matemática, pois a professora avisou que traria mais atividades interativas de matemática para as aulas.

Concomitantemente à utilização do aplicativo Classrom a professora/autora utilizou o aplicativo GeoGebra Notes. Veja na Figura 6 a interface do aplicativo. Encontrou nesse aplicativo uma forma de trazer a lousa e giz, para a sala de aula remota. Com seu uso, conseguiu realizar algumas contas de divisão em tempo real e anotar algumas respostas recebidas, ao invés de trazer toda a aula planejada por Power Point ou simplesmente falar como se faz a conta.

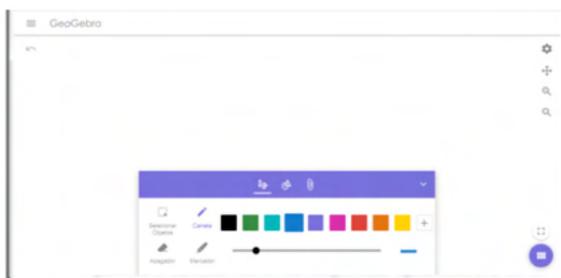



Figura 06 – Interface do aplicativo GeoGebra Notes.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em virtude da pandemia, muitos professores precisaram se reinventar em suas aulas remotas. A professora do 4º e 5º ano do CAP ESEBA/UFU decidiu transformar aulas teóricas, pelo MTens, em aulas dinâmicas com a inserção de recursos disponíveis pela equipe do GeoGebra, incorporou o GeoGebra Classroom e o aplicativo GeoGebra Notes. Com o passar das aulas, percebeu que os estudantes reagiram de forma positiva ao uso desses recursos. Percebeu que os estudantes estavam mais participativos e interessados nas aulas e pôde confirmar que diversificar as aulas de matemática síncronas, dinâmica e interativa é motivadora e que a plataforma GeoGebra pode potencializar o processo e aprendizado de matemática, favorecendo a apropriação do conhecimento.

Por fim, ressalta-se que tornar as aulas mais interessantes pode ser uma forma de despertar no aluno a motivação para aprender matemática, entretanto o professor precisa se ater a um trabalho com esse propósito, através da escolha cuidadosa de metodologias e sequências didáticas apropriadas, tentando dar um caráter de continuidade e não apenas em aulas esporádicas. Desta forma, o professor estará promovendo um ambiente inovador possibilitando uma aprendizagem significativa de conteúdos que são mais difíceis de ensinar e aprender sem tais recursos tecnológicos.

Ambientes favorecedores de aprendizagem certamente minimizam a evasão escolar e o uso de TIC nas aulas propicia a inclusão digital, desperta interesse e motivação para aprender matemática, facilitam a compreensão de aspectos abstratos e desenvolverem a criatividade e a imaginação dos estudantes em seus diversos níveis de ensino formal.

REFERÊNCIAS

MANUAL ENSINO REMOTO EMERGENCIAL 2020. Orientações Gerais Para O Estudo Remoto Para Estudantes E Família. Colégio De Aplicação Escola De Educação Básica Da Universidade Federal De Uberlândia - Cap Eseba - UFU, Uberlândia, 2020.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO. Parecer homologado parcialmente cf. despacho do ministro, publicado no D.O.U. de 1o/6/2020, Seção 1, Pág. 32. Disponível em http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=145011-pcp005-20&category_slug=marco-2020-pdf&Itemid=30192.

SANTOS, T. T. B.; SÁ, R. M.; NUNES, D. M. Utilização do Software Geogebra nas aulas de geometria no Ensino Médio. In. ESCOLA DE INVERNO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E ENCONTRO NACIONAL PIBID MATEMÁTICA, 4 e 2º., Santa Maria. Anais. Santa Maria: UFSM, 2014. Disponível em: http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/arquivos/ed_4/CC/CC_SANTOS_TAWANA.pdf. Acesso em 15/10/2020.

SITE OFICIAL DO GEOGEBRA. Disponível em: Geogebra.org. Acesso em 10/10/2020.

SOUSA, Francisco Deilson Rodrigues Barbosa de et al. Software GEOGEBRA no ensino da trigonometria: proposta metodológica e revisão da literatura a partir das produções discentes nas dissertações do PROFMAT. 2018. Disponível em: https://tedebc.ufma.br/jspui/handle/tede/tede/2564. Acesso em 14/10/2020.

CAPÍTULO 8

OS DESDOBRAMENTOS TEÓRICOS DA PROPORCIONALIDADE NA ESCOLA DE EDUCAÇÃO BÁSICA

Data de aceite: 01/08/2022
Data de submissão: 03/07/2022

Mayra Taís Albuquerque Santos
Instituto Federal de Alagoas-IFAL
Penedo-Alagoas

RESUMO: O trabalho teve como objetivo analisar o caminho histórico da construção da teoria Proporcionalidade, através das suas construções geométricas ao longo da História da Matemática na sociedade, justificando assim, as transformações e avanços ao longo do tempo. Para tanto, partiu-se do conhecimentos geométricos dos *Elementos de Euclides* até o século XVI, quando os números passaram a ser considerados entes abstratos. Essas construção perpassa o Teorema de Tales, o Princípio de Cavallieri e as duas partes do Teorema de Pappus, de forma que seja possível verificar as limitações dessa teoria, mas que servem a confirmação da existência da Constante de Proporcionalidade de Poliedros. Para sanar essas limitações utiliza-se uma série de definições e teormas, entre os quais o mais importante é o Teorema de Riemann (com demonstração). Todos as definições e teoremas citados servem a construção das três últimas definições que apresentam sob quais condições pode-se determinar a proporcionalidade entre dois sólidos de revolução, confirmando a existância da mesma para um sólido qualquer.
PALAVRAS-CHAVE: Constante Proporcionalidade; Geometria, Construção Histórica, Teorema de Riemann.

THE THEORETICAL DEVELOPMENT OF PROPORTIONALITY IN THE SCHOOL OF BASIC EDUCATION

ABSTRACT: The objective of this work was to analyse the historical course of the construction of the theory of Proportionality, through in geometric construction throughout the History of Mathematics in society, thus justifying the transformations and advances over time. To do so, it started from the geometric knowledge of the Euclid Elements until the sixteenth century, when the numbers came to be considered abstract entities. These constructions permeate the Tales Theorem, the Cavallieri Principle and the two parts of Pappus' Theorem, so that it is possible to verify the limitations oh this theory, but which serve to confirm the existence of the Polyhedron Proportionality Constant. To overcome these limitations, several definitions and theorems are used, among which the most important is Riemann's Theorem (with proof). All the definitions and theorems mentioned serve to construct the last three definitions that present in which conditions the proportionality between two solids of revolution can be determined, confirming the existence of the same for any solid.
KEYWORDS: Constant Proportionality; Geometry; Historical Construction; Riemann's Theorem.

1 I INTRODUÇÃO

A educação básica tem em seu currículo uma série de conteúdos tidos como de

fundamental importância para o tipo de sujeito que se deseja formar no Brasil, de modo que esse possa obter na escola o que é denominada de formação integral do sujeito, segundo a LDB[1] (2017,p.8), "A educação... tem por finalidade o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho."

Segundo o princípio formativo, a educação tem papel fundamental no desenvolvimento pleno do educando, assim como no seu preparo para o exercício da cidadania e preparo para o trabalho, entretanto, se faz necessário compreender o papel do currículo de cada disciplina na formação dessas aptidões do discente. Nesse contexto, cada conteúdo matemático no currículo da Educação Básica tem sua importância social, e como patrimônio historicamente construído do homem deve ser de acesso de todos garantindo ao cidadão a universalização do conhecimento científico comum e universal.

Dessa forma, podemos afirmar que os conteúdos de matemática da educação básica são divididos em blocos de conteúdos dos quais se tem o bloco de "Grandezas e Medidas" que o PNC de matemática (1998) determina a forte relevância social desse conteúdo devido a seu carater prático, com diversas conexões com outras áreas do conhecimento.

Notavelmente, esse bloco é rico em conceitos que proporcionam melhores conceitos relativos à geometria de forma geral, tendo em si ferramentas muito importantes para melhoria da compreensão desses, além de enriquecer o trabalho com números e operações com sua infinidade de perspectivas e aplicações utilizando o conceito de *Proporcionalidade*, que é um campo rico de trabalho, não somente do ponto de vista teórico da matemática e de suas aplicações, como também do ponto de vista histórico e metodológico.

Esse conteúdo, entretanto, é visto de forma simplista, fazendo com que inúmeros aspectos importantes do mesmo se percam, e dificultando que esse seja associado a todas as suas demais manifestações na educação básica como, por exemplo, Razão e Proporção, Semelhança de Triângulos, ou mesmo a aplicações em disciplinas distintas como Física e Química.

2 | CONTEXTO HISTÓRICO

A noção de Proporcionalidade está muito presente na Matemática e em vários momentos de sua história, alguns mais significativos que outros,entretanto, na antiguidade, a área da Matemática que mais se destacou inicialmente, para além de problemas cotidianos, foi à Geometria. O que se justifica no fato da Matemática ter a finalidade inicial, de resolver problemas práticos de cada sociedade.

A história conta que um dos primeiros matemáticos gregos foi Tales de Mileto (séc. XII-XI a. C.), que teria sido influenciado pelos egípcios e mesopotâmicos. Tales tem seus contados, através de gerações, seus feitos; por exemplo, ter medido a altura de uma pirâmide do Egito relacionando suas dimensões a dimensões de sua sombra.

1 Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

Os gregos praticavam uma Geometria muito semelhante à noção de matemática desenvolvida no Antigo Egito e na Mesopotâmia, onde as medidas eram marcadas por cálculos e algoritmos, e transformadas em números e tinham significado na vida prática. Partindo desse ponto para desenvolver a Matemática fundada em argumentos lógicos consistentes e demonstrações praticadas pelos gregos, não havendo precisão histórica de como houve essa transição. Sob essa perspectiva histórica vale a pena primeiramente definir comensurabilidade.

Define-se comensuráveis, dois segmentos de reta quaisquer AB e CD, tais que existe algum segmento u, o qual chamamos unidade, que cabe exatamente *m vezes* em *AB* e *n vezes* em *CD*. De modo análogo, diz-se que dois segmentos são incomensuráveis se, não existe unidade de medida comum, isto é, que os segmentos respectivos não sejam múltiplos dela. A partir desse problema, podemos discutir problemas como razão entre segmentos nos números naturais.

Comumente, os livros didáticos/materiais de pesquisa encontrados na internet ou impressos, apresentam o conteúdo de Frações, forma concreta, através do uso de objetos, pois só no final do século XVI os números foram aceitos como entes abstratos e não concretos.

Grande parte dessas construções gemétricas da matemática foram fundamentadas no livro *Os Elementos,* de Euclides, é um dos mais importantes trabalhos da Matemática, pois dá início a uma Matemática estruturada em fundamentos sob os quais está estruturada a Matemática moderna, que são definições, postulados e axiomas. Entretanto, existem várias teorias a respeito desses trabalhos, a principal é que Euclides de fato existiu, e que escreveu os *Elementos*. Outra diz que na verdade Euclides foi um editor, que reuniu os trabalhos em matemática; ou ainda que Euclides era o nome de um pseudônimo de um grupo de matemáticos. Entretanto, existem relatos em alguns documentos de lugares por onde ele teria passado, reforçando a primeira teoria.

3 | SÓLIDOS E SUAS RELAÇÕES FUNDAMENTAIS

A Comensurabilidade de segmentos define a Proporcionalidade nas relações entre segmentos, mas para estender essa compreensão para qualquer número real é necessário se fazer uso do *Teorema de Tales,* que tem entre suas aplicações mais importantes as relações entre segmentos em polígonos (Proporcionalidade e Semelhanças).

Teorema 1 (Teorema de Tales): Dado um feixe de retas paralelas e duas transversais. Temos que os segmentos que resultam da interseção entre duas paralelas são proporcionais.

Esse teorema em nível geométrico pode ser aplicados para números não negativos, mas para todos os reais em nível algébrico. Dessa forma, de posse da concepção linear e plana da Proporcionalidade, nada mais natural que prosseguir à proporcionalidade de

forma espacial, isto é, analisar as relações de Proporcionalidade em Sólidos Geométricos.

Para tanto, se faz necessário fazer uso da Geometria Euclidiana, partindo do Princípio de Cavalieri e do Teorema de Pappus, contruindo um conjunto teórico de fundamental importância para o estudo das relações entre figuras geométricas, como poderá vê.

O Princípio de Cavalieri associa dois sólidos diferentes de forma que seja possível verificar quando os dois possuem os mesmo volumes conforme o enunciado abaixo.

Princípio de Cavalieri: Dados dois sólidos S_1 e S_2 com alturas iguais, apoiados sob um plano α. Se todo plano β, paralelo a , determina áreas correspondentes entre esses sólidos, então os S_1 e S_2 possuem o mesmo volume.

Esse enunciado permite a associação entre secções planas de polígonos que possuem áreas iguais mesmos proporcionais. Após esse temos o Teorema de Pappus, que tem como objetivo o cálculo de áreas e volumes de Sólidos de Revolução de forma puramente geométrica e associada a localização do centro de gravidade da curva, da forma como os matemáticos clássicos costumavam resolver os problemas.

Teorema de Pappus (Primeira Parte): Sejam L uma linha plana e E um eixo de simetria num mesmo plano. A área da superfície gerada pela rotação de L em torno de E é dada pelo produto do comprimento da linha pelo produto do comprimento da circunferência descrita por seu centro de gravidade x, ou seja:

$$S = 2\pi x L$$

Teorema de Pappus (Segunda Parte): Considere uma figura plana no mesmo plano que um eixo E, então o volume do sólido de revolução gerado pela rotação da figura plana em torno do eixo E é dado pelo produto da área da figura plana S e do comprimento da circunferência que descrita pelo seu baricentro x, isto é:

$$V = 2\pi x S$$

O *Teorema de Pappus* é muito útil no tratamento de sólidos de revolução, entretanto a visão puramente geométrica deve dá lugar a um tratamento mais analítico, pois esses conceitos tratam de forma geral de áreas e volumes Sólidos de Revolução. Entretanto, no que se refere ao tratamento de curvas, o tratamento moderno o associa a sistemas de coordenadas, no qual o mais disseminado é de eixos perpendiculares. Logo o estudo segundo esses eixos se concentra somente nas curvas, dispensando o uso do conceito de Centro de Gravidade, que numa curva qualquer pode gerar certa dificuldade.

Observando essa dificuldade conceitual, os Sólidos Revoluçã*o* podem ter suas áreas e volumes estudados a partir do conceito de Integral de Riemann. Esse conceito tem tratamento analítico, e por isso, trata cada curva como resultante de uma expressão analítica, na qual é possível em cada ponto para qual essa está definida determinar sua localização no plano. Não precisando que sejam fornecidas essas informações uma a uma como necessário no Teorema de Pappus.

Outro fato importante a respeito dos métodos matemáticos antigos era, o uso do método de Exaustão no cálculo de áreas e volumes de figuras irregulares, que apesar de até fornecer bons números para as grandezas consideradas, ainda eram imprecisas, gerando um erro, mesmo que esse fosse mínimo. Esse problema teve como primeira tentativa de aproximação ideal, as Integrais de Riemann, que fez o estudo de áreas e volumes de forma analítica.

No entanto, assim como o Teorema de Pappus as suas somas nas quais se baseavam as Integrais de Riemann tornavam o processo cansativo, pois se fazia a aproximação das áreas mais complexas por áreas áreas mais simples. No caso de Riemann, as áreas de retângulos e aproximariam por cima e por baixo da curva, oferecendo uma precisão melhor, mas foi o professor de Newton, Isaac de Barrow, que verificou a existência de uma relação entre uma derivada e sua função. A partir desse momento, as somas de Riemann puderam ser dispensadas, sendo posta em seu lugar o ilustre Teorema Fundamental do Cálculo.

4 | FIGURAS ESPACIAIS E AS PROPORÇÕES

Os sólidos geométricos podem ser divididos em Poliedros , Sólidos de Revolução e sólidos que não se enquadram em apenas uma dessas definições. Para cada um desse grupo é possível se adotar estratégias diferentes para verificar sua semelhança. No caso dos Poliedros, parte-se dos conceitos de Proporcionalidade linear aplicado a dimensões de interesse.

Coforme apresentado nos livros didáticos da Educação Básica, para Poliedros, basta fazer a associação dimenssional de comprimento, largura e altura para os mais simples de se demonstrar e para os mais complexos subdivi-los para fazer buscar a constante de proporcionalidade dois a dois, de forma que, possamos comprovar a sua existência em uma, duas e três dimensões, isto é, k, k^2 e k^3 para todo k real.

Entretanto, antes de iniciar o estudo das “Figuras Espaciais e suas Proporções” através da proposta de uso do Teorema Fundamental do Cálculo, e construirmos o conceito de Proporcionalidade em Sólidos de Revolução é necessário se apropriar de alguns conceitos fundamentais dos cálculos, em particular o conceito de, que no $\mathbb{R}^3$ podem definir conceitos como cálculos áreas e volumes dos sólidos de revolução apresentados abaixo.

Definição 1: Dado um intervalo [α,b]. Uma partição desse intervalo é a escolha de um subconjunto finito $P=\{\alpha=x_0<x_1<x_2<\ldots<x_k=b\}$.

Se fixarmos uma partição do intervalo considerado, tal que a função $f:[\alpha,b]\rightarrow\mathbb{R}$ é limitada pelo intervalo [α,b], denota-se:

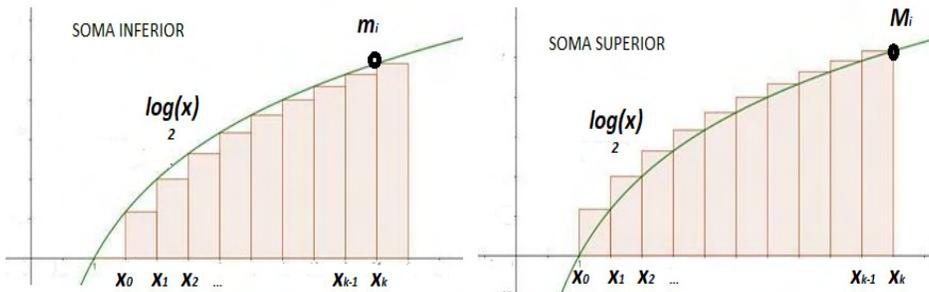
$$m_i = \inf\{f(x); x_{i-1} \leq x \leq x_i\} = \inf_{[x_{i-1}, x_i]} f$$

e

$$M_i = \sup\{f(x); x_{i-1} \leq x \leq x_i\} = \sup_{[x_{i-1}, x_i]} f$$

Considere m_i e M_i bem definidos em f, definiremos a soma inferior e a soma superior de f em relação à P por:

$$s(f; P) = \sum_{i=1}^{k} m_i(x_i - x_{i-1}) \text{ e } S(f;\ P) = \sum_{i=1}^{k} M_i\ (x_i - x_{i-1})$$ [2]

Somas de Riemann

Fonte: autoria Própria

Ao se fixar a partição P, é verificado que s(f;P)≤S(f;P), pois $m_i \leq M_i$. Veremos a seguir que uma função limitada f é limitada se inf(S(f;P))=sup(s(f;)), então essa é diferenciável.

Lema: Seja f:[α,b]→ℝ uma função limitada. Dadas partições P e Q de [α,b], tais que P⊂Q, temos:

$$s(f; P) \leq s(f; Q) \text{ e } S(f;\ Q) \leq S(f;\ P).$$

Portanto, quando f:[α,b]→ℝ é uma função limitada, dadas duas partições da mesma P e Q, com P⊂Q, então S(f,P)≥S(f,Q) e s(f,P≤s(f,Q).

Continuamos mostrando o resultado a seguir, que é central no estudo das Integrais de Riemann.

Definição 2: Uma função limitada f:[α,b]→ℝ é integrável se:

$$\sup_P s(f; P) = \inf_P S(f; P).$$

De posse da Definição 2, o próximo passo é enunciar o critério de integrabilidade de Cauchy.

Teorema de Cauchy: Uma função limitada f:[α,b]→ℝ é integrável se, e somente se, as seguintes condições forem satisfeitas: para todo ε>0 dado, existe uma partição P_ε de [α,b] tal que

2 As somas inferior e superior são definidas por áreas, respectivamente, menores e maiores que a área abaixo da curva de f no intervalo [a,b], considerados retângulos imitados pela partição P conforme mostraa Figura 32.

$$S(f;P_\varepsilon) - s(f;P_\varepsilon) < \varepsilon.$$

Além de saber em que condições uma função limitada é integrável, também é essencial a partir do teorema seguinte garantir a integrabilidade de funções monotonas.

Teorema 2: Toda função monótona f:[α,b]→ℝ é integrável.

O teorema a seguir define uma propriedade tão importante quanto o anterior, a integrabilidade das funções contínuas.

Teorema 3: Toda função contínua f:[α,b]→ℝ é integrável.

A seguir temos o teorema mais importante nesses estudo, o Teorema de Riemann, e para isso iremos definir algumas notações:

(1) Norma de uma partição P:

$$|P| = max\{|x_j - x_{j-1}|; 1 \leq j \leq k\}$$

(2) Pontilhamento de P é definido como todo ponto $\xi=(\xi_j)_{1\leq j\leq k}$, tal que $\xi_j \epsilon [x_{j-1}, x_j]$.

(3) Soma de Riemann de f com relação à partição P e ao pontilhamento:

$$\sum(f;P;\xi) = \sum_{i=1}^{k} f(\xi_j)(x_j - x_{j-1})$$

Fixadas as notações, dizemos que I é o limite das somas de Riemann ∑(f;P;ξ), quando |P|→0 para todo pontilhamento ξ de P.

Definida as notações podemos enunciar o Teorema central dessa argumentação.

Teorema de Riemann: Uma função limitada f:[α,b]→ℝ é integrável se, e somente se, existe o limite $\lim_{|P|\to 0} \sum(f;\ P;\ \xi)$ de suas somas de Riemann, para todo pontilhamento ξ de P. Nesse caso, tem-se:

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{|P|\to 0} \sum(f;P;\xi).$$

Demonstração:

Seja f:[α,b]→ℝ uma função limitada e não negativa.

Denota-se R a região sob o gráfico de f, tal que essa é definida por:

$$\mathcal{R} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; a \leq x \leq b\ e\ 0 \leq y \leq f\}.$$

Tomemos uma partição P_k equiespaçada de [α,b], ou seja, x_j, x_{j-1} $=\frac{b-a}{k}$ para todo 1≤j≤k, existem ξ_{jk}, $\xi'_{jk} \epsilon [x_{j-1}, x_j]$ tal que:

$$f(\xi_{kj}) = \frac{\min f}{[x_{j-1}, x_j]} \text{ e } f(\xi'_{jk}) = \frac{\max f}{[x_{j-1}, x_j]}$$

Dadas as aproximações por falta e por excesso:

$$\underline{A}(f;k) = \sum_{j=1}^{k} m_j(x_j - x_{j-1}) = \left(\frac{b-a}{k}\right)\sum_{j=1}^{k} m_j = \sum(f, P_k, \xi_k)$$

e

$$\overline{A}(f;k) = \sum_{j=1}^{k} M_j(x_j, x_{j-1}) = \left(\frac{b-a}{k}\right)\sum_{j=1}^{k} M_j = \sum(f, P_k, \xi'_k).$$

Como $|P| = \frac{1}{k}$, segue que

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{x\to+\infty} \sum(f, P_k, \xi_k) = \lim_{x\to+\infty} \underline{A}\,(f;k)$$

e

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{x\to+\infty} \sum(f, P_k, \xi_k') = \lim_{x\to+\infty} \overline{A}\,(f;k).$$

Notemos que, $\lim_{x\to+\infty} \underline{A}(f;k) = \int_a^b f(x)dx = \lim_{x\to+\infty} \underline{A}(f;k)$. Fazendo uma mudança de base em $|P| = \frac{1}{k}$, temos que quando k→+∞, |P|→0. Logo $\int_a^b f(x)dx = \lim_{|P|\to 0} \sum(f, P_k\, \xi_k)$.

Em relação à definição a seguir, note que o Teorema de Riemann, trabalha-se com uma função integrável e não negativa f:[α,b]→ℝ. Como $\lim_{k\to+\infty} \underline{A}(f;k) = \int_a^b f(x)dx = \lim_{x\to+\infty} \overline{A}(f;k)$, podemos observar que as aproximações superiores e inferiores convergem para um mesmo valor, o qual a única possibilidade A(R).

Portanto, A(R)=$\int_a^b f(x)dx.$

Demonstrado o Teorema de Riemann, iremos apresentar mais algumas Definições e Proposições necessárias às conclusões que deseja-se chegar.

Definição 3: Se f:[α,b]→ℝ é uma função integrável e não negativa, definimos a área da região R sob o gráfico de f por

$$A(\mathcal{R}) = \int_a^b f(x)dx.$$

Veremos a seguir proposições muito importantes ao se trabalhar com integrais.

Proposição 1: Se f,g:[α,b]→ℝ são funções integráveis e tais que f≤g, então $\int_a^b f(x)dx \leq \int_a^b g(x)dx.$

Proposição 2: Se f,g:[α,b]→ℝ são integráveis e c∊ℝ, então:

(a) A integral de uma função multiplicada por uma constante é igual ao produto da constante pela integral da função.

cf:α,b]→ℝ é integrável, com $\int_a^b cf(x)dx = c\int_a^b f(x)dx.$

(b) A integral da soma de duas funções é igual à soma das integrais das mesmas.

f+g:[α,b]→ℝ é integrável, com $\int_a^b \big(f(x) + g(x)\big)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx.$

De posse da definição de Semelhança[3] etângulos e da teoria que define a Integral de Riemann iremos determinar quando duas curvas limitadas são semelhantes, a fim de construir uma percepção analítica do tema, com o objetivo de determinar em que condições dois sólidos de revolução também são semelhantes, sem que para isso seja necessário se

3 Conceito sob o qual dois polígonos são semelhantes se possui seus ângulos internos e seus respectivos lados opostos dois a dois tem como razão a mesma constante de proporcionalidade.

fazer uso do cálculo de múltiplas variáveis.

Inicialmente definiremos o comprimento de uma curva limitada e contínua.

Definição 4: Dada f:[α,b]→ℝ, contínua em [α,b] e diferenciável em (α,b), define-se comprimento de f, para todo xϵ[α,b], por

$$L_f = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2}\, dx.$$

Sabendo que o comprimento de uma curva f, quando essa é limitada e contínua, definiremos a seguir condições que se fazem necessárias para a semelhança das mesmas. Leigamente, recordemos que, quando uma curva limitada, pode ser vista como redução ou aumento de outra, sem que para isso, se percam suas propriedades no processo.

Definição 5: Considere as funções f:[α,b]→ℝ e g:[c,d]→ℝ contínuas, as partições $P = \{a = x_0 < x_1 < \cdots < x_k = b\}$ em f e $Q = \{c = x'_0 < x'_1 < \cdots < x'_k = d\}$ em g, tal que $\frac{(x_i - x_{i-1})}{(x'_i - x'_{i-1})} = k$ (constante) para todo 1≤i≤k. Se $\frac{m_i}{m\prime_i} = \frac{M_i}{M'_i} = k$, então os comprimentos de f e g tem comprimentos respectivos, L_f e L_g, tal que $\frac{L_f}{L_g} = k$.

A definição acima nos permite saber em que condições existe uma constante de proporcionalidade entre duas curvas limitadas a um intervalo.

O mesmo critério poderá ser utilizado para relacionar a razão entre comprimento de curvas pode ser utilizada para o cálculo abaixo da curva limitada.

Definição 6: Considere as funções f:[α,b]→ℝ e g:[c,d]→ℝ contínuas, as partições $P = \{a = x_0 < x_1 < \cdots < x_k = b\}$ em f e $Q = \{c = x'_0 < x'_1 < \cdots < x'_k = d\}$ em g, tal que $\frac{(x_i - x_{i-1})}{(x'_i - x'_{i-1})} = k$ (constante) para todo 1≤i≤k.

Se $\frac{m_i}{m\prime_i} = \frac{M_i}{M'_i} = k$, então as áreas definidas abaixo de f e g, respectivamente, A_f e A_g, tal que $\frac{A_f}{A_g} = k^2$.

Compreendida a relação entre comprimentos e áreas de curvas limitadas contínuas, o volume de um Sólido de Revolução pode-se a identificação a existência da constante de proporcionalidade de dois sólidos de revolução semelhantes.

Iniciaremos definindo uma Superfície de Revolução S(e, G) como sendo a superfície formada pela rotação de G (o gráfico da função f sob um sistema cartesiano fixado) em torno de um eixo e (sob o mesmo plano que G paralelo às abscissas), tal que para todo xϵ[α,b] o ponto (x,f(x))ϵG descreve o círculo de raio f(x), centrado no ponto de e, e com abscissa x e contido no plano perpendicular a e.

Denomina-se então, sólido de revolução S(e, G), a união dos discos gerados pela rotação de G em torno de e, limitada pelos pontos (α,f(α)) e (b,f(b)).

Definição 7: Dada a função f:[α,b]→ℝ, contínua, o volume do sólido de revolução em torno de um de seus eixos é dado por $V_f = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

Desssa forma as condições de existência de semelhança para dois sólidos de revolução são dadas a seguir.

Definição 8: Considere as funções f:[α,b]→ℝ e g:[c,d]→ℝ contínuas, as partições $P = \{a = x_0 < x_1 < \cdots < x_k = b\}$ em f e $Q = \{c = x'_0 < x'_1 < \cdots < x'_k = d\}$ em g, tal que $\frac{(x_i - x_{i-1})}{(x'_i - x'_{i-1})} = k$ (constante) para todo 1≤i≤k. Se $\frac{m_i}{m'_i} = \frac{M_i}{M'_i} = k$, então os volumes dos sólidos revolução de f e g, respectivamente, V_f e V_g, tal que $\frac{V_f}{V_g} = k^3$.

Mostramos em que situações curvas são semelhantes, e como verificar a existência da Constante de Proporcionalidade ao se trabalhar com seus comprimentos, áreas e volumes.

De forma geral podemos afirmar que, uma Constante de Proporcionalidade k nos fornece qual a taxa de ampliação (ou dedução) de uma curva, sem que para isso essa perca nenhuma propriedade, ou seja, não sofra distorções de imagem. Logo, afirmar que um Sólido de Revolução, possui o comprimento da curva que o descreve, associado a outro semelhante por uma constante k, a área k^2 e k^3 o volume , nos fornece que esses aumento (ou redução) acontece na mesma proporção de forma linear, plana ou espacial.

Sabendo que todos os sólidos que podemos conceber são Poliedros, Sólidos de Revolução ou a composição entre os dois primeiros, pode-se confirmar a existência da constante de Proporcionalidade para qualquer sólido.

5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

A forma mais natural de se trabalhar com matemática é geometricamente, pois essa surge do reconhecimento de padrões, não o contrário, surge o conteúdo matemático para depois surgirem suas representações. Sendo a matemática associada à geometria natural, é importante que esse aspecto seja valorizado.

Dessa forma, buscou-se construir o conceito de Proporccionalidade ao longo da história da matemática, sem desconsiderar todos os processos númericos envolvidos na mesma. Esse processo se faz necessário para mostrar a relevância do conhecimento acumulado ao longo dos séculos, suas limitações e os caminhos tomados para superar as últimas.

Por outro lado, a educação básica possui como medidor de qualidade da educação básica elementos denominados “ Descritores”, que são uma série de elementos que indicam as habilidades que cada aluno deverá ter desenvolvido ao fim de cada modalidade de ensino. Entre esses Descritos, de forma natural existem um número relevante, associados aos conhecimentos de Proporcionalidade, o que deve-se a sua grande relevância sócio-histórica.

O trabalho do professor de Matemática é muito importante para a continuidade dos estudos, pois para o desenvolvimento das habilidades matemáticas é preciso estimular formas de raciocínio como a dedução, indução, inferência e julgamento; aproximando os polos de aprendizagem e estimulando a construção do conhecimento, para cosntruir uma

educação relevante ao desenvolvimento humano, social e científico.

REFERÊNCIAS

AVILA, Geraldo. **Cálculo de Funções de uma Variável**. 7ª edição. Rio de Janeiro: LTC editora, 2004.

AVILA, Geraldo. RPM: **A Geometria e as Distâncias Astronômicas na Grécia**. Nº 1. Rio de Janeiro: Editora SBM, 06 de janeiro de 2010.

BRASIL**. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Brasíllia, Senado Federal, Coordenação de Edições Técnicas, 2017.

BRASIL-MEC. **Matriz de Referência de Matemática da 3ª Série do Ensino Médio: Comentários sobre os temas e seus descritores, exemplos de itens**. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/3_matematica.pdf. Acessado em: 20 de março de 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília-MEC/SEF, 1998.

LEITHOULD, Louis. **O cálculo com geometria analítica, vol 1**. 3ª edição. Vila Mariana- SP: Editora HARBRA, 1994.

LEITHOULD, Louis. **O cálculo com geométria analítica, vol 2**. 3ª edição. Vila Mariana-SP: Editora HABRA, 1994.

LIMA, Elon Larges. Números e Funções Reais. Rio de Janeiro: Editora SBM, 2013.

MUNIZ NETO, Antonio Caminha. **Fundamentos de Cálculo**. Rio de Janeiro: Editora SBM, 2015.

MUNIZ NETO, Antonio Caminha. **Geometria**. Rio de Janeiro: Editora SBM, 2013.

CAPÍTULO 9

FORMAÇÃO DE PROFESSORES REFLEXIVOS: UMA ANÁLISE A PARTIR DA IMPLEMENTAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NAS SÉRIES INICIAIS DE UMA ESCOLA PÚBLICA NO INTERIOR DE MINAS GERAIS

Data de aceite: 01/08/2022

Juscelaine Martins de Freitas
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS; Programa de Pós Graduação em Educação Matemática (PPGEduMat); Instituto de Matemática – INMA

Cláudia Carreira da Rosa
Orientador(a)

RESUMO: Pesquisas sobre o ensino de matemática nos anos iniciais tem ganhado cada vez mais destaque nos dias atuais principalmente no que diz respeito a qualidade e questões de ensino e aprendizagem com os conteúdos matemáticos. Nesse sentido, o objetivo desta pesquisa é investigar os desafios e as potencialidades do processo de implementação da modelagem matemática como alternativa pedagógica que pode ser utilizada por professores dos anos iniciais de forma que os mesmos possam refletir sua prática em matemática. Para tanto será oferecido um curso de formação continuada para os professores dos anos iniciais de uma escola pública do interior de Minas Gerais, com ênfase em Modelagem Matemática e então observaremos os mesmos implementando a estratégia em suas aulas. A pesquisa possui cunho qualitativo/interpretativo, e busca desenvolver a temática sobre a reflexividade do professor e a Modelagem. Os dados serão analisados a luz da fundamentação teórica utilizada.

PALAVRAS-CHAVE: Educação, Modelagem Matemática, Formação Continuada.

INTRODUÇÃO

As discussões acerca do ensino de Matemática nas escolas brasileiras têm gerado muitas especulações em relação ao nível de qualidade na Educação e o rendimento dos alunos, como também, o porquê muitos alunos não conseguem acompanhar a turma e quais medidas têm sido adotadas nesses casos.

Faz-se necessário pensar em estratégias de ensino para que os alunos possam se envolver mais e ter uma participação massiva nas aulas tornando-se pertinente apresentar a Modelagem Matemática como metodologia de ensino, pois ela busca transformar problemas reais da sociedade em expressões matemáticas sendo, portanto, um importante método de ensino capaz de propor mudanças na forma de aprender matemática buscando relacionar a matemática com nosso cotidiano fazendo com que tenha sentido para os alunos permitindo que eles possam ser atores de seu processo de aprendizagem tendo papel crítico e ativo no ensino.

METODOLOGIA

A pesquisa será de cunho qualitativo/interpretativo. Salienta Chizzotti (2010, p.79) “a abordagem qualitativa parte do fundamento de que há uma relação dinâmica entre o mundo

real e o sujeito uma interdependência viva entre o sujeito e o objeto". O cunho interpretativo é baseado principalmente, em dois aspectos:

- As análises que apresentaremos sobre os dados coletados serão fundamentadas no referencial teórico para articular o professor reflexivo e a Modelagem Matemática.
- A pesquisadora (autora desse projeto) que é também a Supervisora de Ensino desses professores. Neste sentido, a investigação da própria prática, pode, em diferentes circunstâncias, influenciar as características dos dados coletados bem como as análises realizadas.

A primeira etapa desta pesquisa será um levantamento e estudos sobre professor reflexivo e modelagem matemática no contexto da sala de aula. Ao todo serão nove professores regentes que atuam do 1º ao 5º ano. Os encontros serão quinzenais e ocorrerão na escola com a duração de 120 minutos.

A segunda etapa da pesquisa será oferecido um curso de formação continuada com ênfase em mm baseada nos anseios que foram relatados nos grupos de estudos virtuais. Iremos apresentar essa ferramenta de ensino e propor aos professores para que façam Modelagem agrupando-se em turmas que correspondem ás séries que estes lecionam. Após apresentar a Modelagem no próprio grupo de estudo, os professores farão Modelagem com seus alunos em sala de aula.

Na terceira etapa acontecerá na observação direta dos professores participantes da pesquisa desenvolvendo mm com seus alunos no horário regular de aula. Observação direta é uma técnica de coleta de dados que utiliza os sentidos para compreender determinados aspectos da realidade. Não consiste apenas em ver e ouvir, mas também em examinar fatos ou fenômenos que se desejam estudar. Ajuda a identificar e obter provas a respeito de situações sobre as quais os indivíduos não têm consciência, mas que orientam seu comportamento (MARCONI; LAKATOS, 1990).

A quarta etapa será um Workshop no qual os professores irão apresentar as atividades realizadas com os alunos

Na última etapa será feita a análise dos dados a luz do referencial teórico, pretendemos estabelecer categorias com base no professor reflexivo considerando as características da Modelagem Matemática oriundas das observações e workshop dos professores.

Por fim será realizado um Workshop na instituição para que os professores possam apresentar suas experiências com Modelagem em sala de Aula, um espaço para debates e reflexões. Esses dados coletados darão subsídios necessários para que se alcance os objetivos dessa pesquisa.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Atualmente tornou-se comum pesquisas em que o professor contemporâneo

necessita ser reflexivo e pesquisador. As práticas em sala de aula voltadas aos métodos tradicionais e tecnicistas tem dado cada vez menos espaço e repensar novos métodos de ensino tem sido a grande busca por uma aprendizagem mais significativa. O saber docente, não é mais reconhecido no âmbito das políticas públicas e o interesse pela profissão docente está cada vez menor entre os estudantes. Porém é indiscutível que o professor tem sua função social, cultural e política em contribuir para a construção do ser humano, mas de que forma?

Quando pensamos em uma Educação de Qualidade, a primeira figura que nos remete é a do professor e como sua atuação na sala de aula é peça fundamental para que essa qualidade aconteça. Por isso a importância em refletir na e sobre sua prática em sala de aula. A ideia do professor reflexivo surge com Dewey que para ele a busca do professor reflexivo é a busca do equilíbrio entre a reflexão e a rotina, o ato e o pensamento, ou seja, relacionar o ato e pensamento que devem estar na prática docente. Não se trata em ser pragmático, mas sim em buscar durante todo tempo fazer com que suas aulas façam de forma diferença na vida deles, não é transferir conteúdos, mas sim buscar constantemente uma melhor qualidade em suas aulas e para isso a reflexão deve estar constantemente em sua prática.

Nesse sentido Schon nos traz uma discussão em relação a reflexão formulando três aspectos: reflexão da prática, reflexão sobre a prática e sobre a reflexão sobre a prática. Quando o professor reflete sua prática ele analisa sua ação, o método em si mesmo, ele tem funcionado? Atinge os resultados esperados? Esse exercício que deve ser constante permite com que ele possa atender as especificidades de seus alunos tendo a autorreflexão como um ponto de apoio para o desenvolvimento de suas ações.

O professor que faz essa reavaliação constante permite com que suas reflexões sejam constantes, ele observa o que deu e não certo, melhora aquilo que funciona e descarta aquilo que não foi sucesso.

Nessas reflexões leva-se em conta toda realidade, o processo pedagógico não é limitado ele pode sempre ser desenvolvido, nunca ser burocrático somente aplicando conteúdos e sim buscando sempre ser melhor refletindo sobre suas práticas, didáticas e teorias que a sustentam. Conforme Alarcão, essa autoanalise, autocritica do que se faz, auto compreensão de sua prática, olhar-se atuando com seus alunos de fora, ter um conhecimento teórico para que tenha sustentação e base necessária para esses ajustes. Esse processo deve ter experiências para que ele possa existir, para se refletir precisamos do empírico da prática.

Segundo Alarcão (2003,p. 31), afirma que:

> O grande desafio para os professores vai ser ajudar a desenvolver nos alunos, futuros. Cidadãos, a capacidade de trabalho autônomo e colaborativo, mas também o espírito crítico. [...] O espírito crítico não se desenvolve através de monólogos expositivos. O desenvolvimento do espírito crítico faz-se no dialogo, no confronto de ideias e de práticas, na capacidade de se ouvir

> o outro, mas também de se ouvir a si próprio e de se autocriticar. E tudo isso é possível em um ambiente humano de compreensiva aceitação, o que não equivale, e não pode equivaler, a permissiva perda da autoridade do professor e da escola. Antes pelo contrário. Ter o sentido de liberdade e reconhecer os limites dessa mesma liberdade evidencia um espírito crítico e uma responsabilidade social.

Neste contexto, o professor reflexivo se analisa o tempo todo buscando se moldar para atender seus alunos com respeito ás suas diferenças e executando seu papel que não é transmitir conhecimento e sim trabalhar o conhecimento com os alunos.

O professor reflexivo cria, estrutura, dinamiza, situações de aprendizagem se torna um sujeito criativo que estimula a capacidade do aluno em aprender, se torna um profissional criativo e necessita refletir sobre sua prática, ser crítico para que ele possa ser mediador, estimulando o aluno a ser pensante e autônomo.

Essas competências desenvolvidas e necessárias pelo professor reflexivo, precisa ter uma formação necessária para isso, permitindo que ele possa desenvolver seu pensamento desenvolvido por meio dessa tríade (ação-reflexão-ação), construindo o pensamento da prática pedagógica dialogando sua prática e conhecimentos na sua ação. Nesse sentido faz-se necessário trabalhar em um ambiente colaborativo com os professores participantes da pesquisa, na qual essa reflexão da realidade da turma, anseios, objetivos e metas do trabalho em sala de aula são importantes e devem ser definidos no momento em que será planejado a aula. Trabalhar todos esses desafios em ensinar, ser pesquisador, proporcionar momentos aos alunos, sair da zona de conforto. Somente por meio dessa autorreflexão e crítica sobre sua ação enquanto professor, permitirá compreender de forma mais ampla proporcionar aos professores novas ferramentas de ensino que permitirá com que os alunos possam ser autônomos, pensantes, ter uma outra visão da matemática, e o ensino aprendizagem será mais prazeroso e significativo.

A reflexão sobre a prática docente não é uma atividade tão simples, pois ela requer autocrítica, um exercício por vezes complexo, porém necessário mediante ao trabalho do professor em sala de aula. O professor que reflete sobre sua atuação em sala de aula o faz desde o momento em que prepara suas aulas, segundo Schön (2000) as práticas reflexivas envolvem três conceitos sendo eles: a reflexão na ação, a reflexão sobre a ação e a reflexão sobre a reflexão na ação.

A reflexão na ação é um exercício no qual o professor ao planejar suas aulas deve pensar sobre as ações que acontecerão durante ela, pensar nos alunos, nas necessidades de cada um buscando alcançar os objetivos propostos para a aula.

A reflexão sobre a ação seria a análise do professor em relação a aula, pontos negativos e positivos para que a partir disso ela possa rever alguns conceitos importantes ao propor as próximas reformulando sua ação amparada em seu conhecimento.

Agora o professor por meio da reflexão sobre a reflexão na ação é capaz de ressignificar seus saberes ajustando....

De acordo com Schön (apud SCHÖN, 2000) num primeiro tempo há o reconhecimento de um problema e a identificação do contexto em que ele surge e, num segundo tempo, a conversação com o "[...] repertório de imagens, teorias, compreensões e ações". Dessa forma, a reflexão deve estar presente na prática do docente favorecendo novas aprendizagens e levando-o a conceber novos conceitos.

O desafio em refletir sobre a prática de ensino se torna ainda mais necessário uma vez que muitos desses alunos não terão em casa o auxílio necessário para realização das atividades, então propor atividades de Matemática nesse momento em que o ensino evidencia uma lacuna imensa de aprendizagem deve ser feito com base em muita reflexão observando a situação na qual os alunos se encontram, em todas as discussões que não ocorreram da forma que deveriam devido ao quadro pandêmico. Pensar em atividades que contemplem as dificuldades dos alunos e dos professores fazendo retomemos conceitos e conteúdos antes vistos mais não explorados nos parece a melhor opção para diminuir essas dificuldades que o ensino público possui que se acentuaram ainda mais depois da pandemia.

Um dos motivos que os professores em suas reflexões discutiram sobre a dificuldade em trabalhar matemática com os alunos é que os mesmos possuem dificuldades em relacionar os conteúdos com nosso cotidiano. Nesse sentido é pertinente apresentar a Modelagem Matemática como metodologia de ensino, pois ela busca transformar problemas reais da sociedade em expressões matemáticas sendo, portanto, um importante método de ensino capaz de propor mudanças na forma de aprender matemática buscando relacionar a matemática com nosso cotidiano fazendo com que tenha sentido para os alunos permitindo que eles possam ser atores de seu processo de aprendizagem tendo papel crítico e ativo no ensino.

Para Bassanezi (2015) a Modelagem Matemática é uma metodologia utilizada para se obter alguma explicação ou entendimento de determinadas situações reais. A partir do momento em que o professor propõe atividades utilizando situações reais para os alunos esses terão uma outra visão em relação a esse ensino, pois essa forma de trabalhar com resolução de problemas reais possibilita ao aluno refletir e pensar possibilidades para resolver problemas propostos.

Almeida e Dias (2004) traz a concepção de Modelagem Matemática sendo:

> [...] uma alternativa para o ensino e aprendizagem da Matemática escolar, que pode proporcionar aos alunos oportunidades de identificar e estudar situações-problema de sua realidade, despertando maior interesse e desenvolvendo um conhecimento mais crítico e reflexivo em relação aos conteúdos da Matemática. (ALMEIDA E DIAS 2004, p.25).

Segundo Burak (2006) a Modelagem Matemática é uma metodologia de ensino que possibilita transformar situações cotidianas em situações matemáticas de modo a explorar a matemática envolvida nesse processo. Nesse sentido a Modelagem Matemática permite

ao aluno reconhecer situações do cotidiano dentro da sala de aula.

Para D'Ambrosio (1986) a Modelagem Matemática é um processo muito rico de encarar situações reais não sendo, portanto, uma simples resolução de um problema artificial, sendo assim, o aluno consegue ver a matemática relacionando-a com nosso cotidiano dando sentido á problemas reais buscando refletir estratégias para solucioná-los.

A Modelagem Matemática permite uma reflexão crítica por meio de hipóteses que levam a solucionar os problemas buscando discutir e analisar essas possíveis soluções encontradas e verificar a coerência e consistência de cada uma delas.

O discurso de que a matemática está em toda parte se torna distante quando na sala de aula alunos se deparam com exercícios prontos para serem resolvidos seguindo um pensamento de que a matemática é pronta e acabada e como não veem sentido nesse acabam tendo dificuldades na disciplina. Atividades com o uso da Modelagem desafiam essa ideologia de certeza e conhecimento abstrato propiciando uma nova visão em relação ao ensino de Matemática.

Pensamos em introduzir a modelagem matemática através da resolução de problemas, trazendo para dentro do grupo de professores a realidade da vida cotidiana, para que consecutivamente ao trabalhar com modelagem em sala de aula eles possam ter essa visão clara e objetiva de que essa metodologia permite trazer a realidade para sala de aula por meio da resolução de problemas dando, portanto, sentido a aprendizagem. As diversas situações-problemas irão auxiliar na capacidade de interpretar situações, gerando uma posição crítica ao tentar resolvê-las compreendendo que existem vários caminhos até chegarmos ao resultado. É essencial que em uma resolução de problemas possa-se trazer questões da vida cotidiana.

REFERÊNCIAS

BASSANEZI, R. C. **Modelagem Matemática: teoria e prática**. São Paulo: Contexto, 2015

BURAK, D. **Modelagem Matemática**: avanços, problemas e desafios. In: II EPMEM - Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática. Apucarana, PR. Modelagem Matemática: Práticas, Críticas e Perspectivas de Modelagem na Educação Matemática, 2006. p. 1-9.

CHIZZOTTI, A. **Pesquisas em ciências humanas e sociais**. 11. ed. São Paulo: Cortez, 2010.

D'AMBRÓSIO, U. **Da realidade à ação: reflexões sobre a educação matemática.** Campinas: Ed. da Universidade Estadual de Campinas, 1986.

MARCONI, M. A. LAKATOS, E. M. **Técnicas de pesquisa**. 2.ed. São Paulo: Atlas, 1990.

SCHÖN, D. A. **Educando o profissional reflexivo**. São Paulo: Artmed, 2000.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do Trabalho Científico.** 23. ed. São Paulo: Cortez, 2007.

VERGARA, S. C. **Projetos e relatórios de pesquisa em administração**. 11. ed. São Paulo: Atlas, 2009.

ZEICHNER, K. M. **A formação reflexiva de professores**: ideias e práticas. Lisboa: EDUCA, 1993.

CAPÍTULO 10

UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE ALGUMAS MEDIDAS DE COMPRIMENTO: METRO, MILÍMETRO E CENTÍMETRO PARA O 6º ANO

Data de aceite: 01/08/2022
Data de submissão: 03/07/2022

Angélica da Silva Pinto Alencar
Universidade do Estado do Pará - UEPA
Moju – Pará
http://lattes.cnpq.br/8992511879975354

Érica Pantoja da Silva
Universidade do Estado do Pará - UEPA
Moju – Pará
http://lattes.cnpq.br/6911224008835207

Karen Conceição Moraes Carneiro
Universidade do Estado do Pará - UEPA
Moju – Pará
http://lattes.cnpq.br/3939711652418368

Larisse Lorrane Monteiro Moraes
Universidade do Estado do Pará - UEPA
Moju – Pará
http://lattes.cnpq.br/0559548589731720

RESUMO: O presente trabalho visa contribuir com o uso da história da matemática como metodologia de ensino. Com o objetivo de propor a elaboração de atividades, utilizando a história da matemática, para alunos no 6° ano do ensino fundamental na aprendizagem de algumas medidas de comprimento. Em relação ao nosso referencial bibliográfico, esta pesquisa fundamentou-se pelas pesquisas de Mendes (2015), D'Ambrósio (1999) e Junior e Castrucci (2018). Em relação a metodologia, este trabalho está embasado no método de revisão integrativa de acordo com as visões de Crosseti (2012). No que diz respeito aos resultados obtidos com essa metodologia, inferimos que a dinâmica potencializou o uso da história da matemática, por meio de uma elevação na prática pedagógica e na qualidade do ensino, no mais, propor aos leitores, professores, ou futuros professores, que se interessem por essa prática metodológica, utilizá-la ou adaptá-la para trabalhar na sala de aula com qualquer uma das outras unidades de medidas.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino de matemática. Aprendizagem de medidas de comprimento. História da matemática.

A PROPOSAL FOR THE TEACHING OF SOME LENGTH MEASURRES: METER, MILIMETRE AND, CENTIMETER FOR THE 6TH GRANDE

ABSTRACT: The present work aims to contribute to the use of the history of mathematics as a teaching methodology. With the objective of proposing the elaboration of activities, using the history of mathematics, for students in the 6th year of elementary school in learning some measures of length. Regarding our bibliographic reference, this research was based on the research of Mendes (2015), D'Ambrósio (1999) and Junior and Castrucci (2018). Regarding the methodology, this work is based on the integrative review method according to the views of Crosseti (2012). With regard to the results obtained with this methodology, we infer that the dynamics potentiated the use of the history of mathematics, through an increase in pedagogical practice and in the quality of teaching, in addition, to propose

to readers, teachers, or future teachers, who are interested in this methodological practice, use it or adapt it to work in the classroom with any of the other measurement units.
KEYWORDS: Mathematics teaching. Learning to measure length. History of Mathematics.

1 I INTRODUÇÃO

Esta pesquisa, apresenta o uso da tendência história da matemática, como alternativa para minimizar as dificuldades apresentadas, na aprendizagem dos alunos e no processo metodológico dos professores, estimulando a construção de um conhecimento científico em relação ao conteúdo de medida de comprimento.

No que diz respeito a este objeto de conhecimento, consideramos que, para o aluno compreender como existe hoje um padrão de medida, neste caso, o metro, ele precisa entender como surgiu, e principalmente, qual a finalidade de se existir este padrão. Por esse motivo, sugerimos uma atividade didática, para o professor reproduzir e aplicar em sala de aula, levando em conta que essa tendência contribui para a leitura, a reflexão e análise, conceitos relacionados com a história da matemática.

Por esta razão, formulamos a seguinte questão problema: Como a história da matemática pode contribuir para o ensino de algumas medidas de comprimento para o 6° do ensino fundamental? tendo como objetivo geral propor a elaboração de atividades, utilizando a história da matemática, para alunos no 6° ano do ensino fundamental na aprendizagem de algumas medidas de comprimento e como objetivo especifico: compreender a história da matemática; pontuar para o aluno a importância da padronização do sistema de medidas; e apresentar uma proposta didática relacionando o ensino de medidas de comprimento com a história da matemática.

Para a nossa metodologia, fizemos o uso do método da revisão integrativa de acordo com as visões de Crosseti (2012), pois fornece informações mais amplas sobre um assunto/problema, constituindo assim, um corpo de conhecimento, e nosso público-alvo são os docentes de matemática que trabalham com alunos do 6º ano do ensino fundamental dos anos finais.

2 I TENDÊNCIAS METODOLÓGICAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Atualmente tem se falado em vários tipos de alternativas metodológicas como proposta para o ensino de matemática, para amenizar as dificuldades dos alunos e contribuir com a prática de ensino do professor em sala de aula.

Nesse sentido, surgem tendências na área da Educação Matemática que incorporam diferentes abordagens consideradas importantes, quando aplicadas ao processo de ensino e de aprendizagem. Será diferenciada cada uma das tendências a partir da concepção de ensino, aprendizagem e de Matemática. Assim, é possível falar que as tendências da Educação Matemática acompanharam a evolução na área da Educação. Nessa

perspectiva, as tendências que serão apresentadas a seguir, foram definidas a partir de uma investigação sobre a evolução das tendências referentes à Educação Matemática.

Dessa forma, baseiam-se em uma evolução histórica pela qual passou o processo educacional e também foram apresentadas pela Secretaria de Estado da Educação por meio das Diretrizes Curriculares, como as tendências metodológicas que compõe o campo de estudo da Educação Matemática são: Resolução de Problemas , Modelagem Matemática, Etnomatemática, , Recursos Computacionais, jogos didáticos e História da Matemática, tendo em vista que o que o trabalho do educador matemático é mediado de estratégias e ferramentas que visam o ensino da matemática.

- Resolução de problemas

A Resolução de Problemas é uma tendência da Educação Matemática, muito utilizada pelos professores brasileiros e, para alguns autores, a única forma de fazer Matemática. Segundo Müller (2000), a resolução de problemas constitui-se em objetos para pesquisadores e educadores matemáticos. O entendimento das dificuldades enfrentadas pela maioria dos alunos, frente a esta atividade vital, passa por grandes desafios.

De acordo com Polya (2006) à medida do possível, é importante que os problemas sejam provocativos, pois quando o aluno é desafiado, suas emoções de entusiasmo na busca de solução são despertadas. Para esse autor, se o professor apresentar aos alunos problemas que desafiem a curiosidade certamente vai despertar o interesse dos mesmos, para resolvê-los.

- Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática é uma metodologia alternativa para o ensino de Matemática que pode ser utilizada tanto no ensino fundamental como no ensino médio. A partir de conceitos gerais, procura se mostrar a importância da Matemática para o conhecimento e compreensão da realidade em que se vive, assim, a modelagem matemática é uma área que estuda e faz relações das práticas do dia a dia com os conteúdos programáticos.

A Modelagem Matemática é conceituada por diferentes autores, alguns com conceitos mais detalhados, outros menos. Contudo, todos dão a entender que se trata da arte de transformar problemas da realidade em problemas para serem resolvidos em sala de aula, analisando os resultados.

- Etnomatematica

Segundo D'Ambrósio (1987): Etno (sociedade, cultura, jargão, códigos, mitos, símbolos) + matema (explicar, conhecer) + tica (tchné, arte e técnica), raízes socioculturais da arte ou técnica de explicar e conhecer. "As diferentes formas de Matemática que são próprias de grupos culturais, chamamos de Etnomatemática", definiu Ubiratan D'Ambrósio (1987, p. 35). Isso significa compreender que a Matemática está presente na cultura de todos os povos, originária da habilidade de responder às necessidades de sobrevivência

por meio da solução de problemas e atividades do dia a dia

Neste entendimento, a Etnomatemática consiste em compreender e valorizar a existência da Matemática vivenciada na prática por artesãos, pescadores, pedreiros, costureiras, comerciantes ambulantes, entre outros, em sua própria leitura de mundo por meio dessa ciência.

- Recursos Computacionais

Devido ao grande avanço das tecnologias, muitas das atividades do nosso cotidiano passaram a ser feitas por máquinas, com os computadores surgiu, por exemplo, a "Era da Informática" onde as informações se difundiram em grande escala revolucionando o modo de vida da humanidade.

Borba e Penteado (2001), em seu livro "Informática e Educação Matemática", apresentam e analisam experiências em Educação Matemática, a partir de exemplos em que a tecnologia informática pode ser inserida em situações do processo de ensino e aprendizagem da matemática. Dentre os exemplos citam o uso da calculadora gráfica no estudo de funções, pois ela possibilita o traçado dos gráficos. Destacam que as atividades iniciais de cada aula de matemática partiam de atividades com a calculadora, e que essas atividades "além de naturalmente trazer a visualização para o centro da aprendizagem matemática, enfatizam um aspecto fundamental na proposta pedagógica da disciplina: a experimentação" (Borba; Penteado, 2001, p. 34).

- Jogos Didáticos

Uma estratégia de ensino que pode contribuir para abordar os exercícios/ problemas de forma diferenciada e despertar o interesse dos estudantes são as atividades lúdicas, por meio dos jogos didáticos. Autores que se dedicam ao estudo de inserção de jogos didáticos no contexto escolar salientam que estes recursos contribuem para melhorar o interesse e engajamento dos estudantes nas aulas, e consequentemente sua aprendizagem (Pereira; Fusinato; Neves, 2009). Além disso, essa estratégia pode favorecer aos estudantes a compreensão de alguns conceitos de difícil entendimento e também o desenvolvimento de habilidades como: abstração, raciocínio, criatividade, interpretação, obtenção e organização de dados, entre outras (Rahal, 2009).

3 | A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO METODOLOGIA DE ENSINO

A História da Matemática é uma das tendências da Educação Matemática e seu estudo permite compreender os processos, através dos quais, esta disciplina foi sendo desenvolvida ao longo dos tempos, e para que o aluno possa compreender o presente, é importante que se conheça o passado, o que de importante aconteceu que contribuiu para que esse processo tenha evoluído e se estabilizado. Em consequência disso, surgiu uma preocupação em ressignificar o ensino desse componente curricular, abordando seu

contexto histórico. No entanto, esse tema ainda é pouco efetivado em sala de aula, pois, muitas vezes, os professores não estão habituados a utilizar essa tendência de forma a contribuir com o ensino, pois não foram instruídos em como fazê-lo, assim,

> o uso de uma abordagem histórica e investigatória nas aulas de Matemática como uma alternativa pedagógica para a concretização de um ensino de matemática com significado, que resgate situações problematizadoras que conduzam os estudantes à construção de sua aprendizagem matemática por meio das informações históricas que revestem essas situações (MENDES, 2015, p. 2).

Ainda para o autor, nas últimas cinco décadas, observa-se um crescente desenvolvimento de pesquisas relacionadas à História das Ciências e, em particular, a História da Matemática, que estão se constituindo um valioso elemento para a melhoria do processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, nas diferentes áreas e nos diversos níveis, o que permite compreender as origens das ideias que deram forma à nossa cultura, observar os diversos aspectos de seu desenvolvimento e perceber que as teorias que hoje aparecem “acabadas” e “elegantes” resultaram de desafios enfrentados com grandes esforços e, em grande parte, numa ordem bem diferente daquela apresentada após todo o processo de formalização.

Deste modo, A história da matemática pode estar presente na sala de aula em vários contextos diferentes, pode ser apresentada de forma lúdica com problemas curiosos, “os enigmas”, como fonte de pesquisa e conhecimento geral, como introdução de um conteúdo ou atividades complementares de leitura, trabalho em equipe e apresentação para o coletivo. Também pode apresentar a matemática com uma gama de possibilidades de atividades diferenciadas que vão muito além das infindáveis sequências de exercícios e memorização de métodos e fórmulas.

Os Parâmetros Curriculares, no contexto da educação brasileira, apontam que as abordagens devem incluir aspectos sociais, culturais e históricos no ensino, observado as respectivas habilidades e competências desejáveis no desenvolvimento da formação dos estudantes, em particular, no ensino de matemática.

Assim, utilizar a tendencia história da matemática é sim de fato muito importante, pois permite o aluno a refletir todo esse desenvolvimento histórico, possibilitando o esclarecimento de muitos conceitos matemáticos.

4 I MEDIDAS DE COMPRIMENTO: METRO, CENTÍMETRO E MILÍMETRO

Com base em estudiosos que acreditam que nas civilizações antigas, o ato de medir surgiu de maneira intuitiva e que provavelmente estava relacionado à necessidade de controlar quantidades. Enfatizaremos o uso do metro, centímetro e milímetro o qual são muito utilizados para expressar a medida de pequenos objetos, e ainda, evidenciando como os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), que abordam essa temática com o

uso da História e o que nos sugerem para melhorar o aprendizado dos alunos, assim, analisamos o livro “A conquista da Matemática” dos autores José Rui Giovani Junior e Benedicto Castrucci, publicado no ano de 2020, para melhor evidenciar esses fatos.

O comprimento é uma das grandezas estudadas no bloco sobre Medidas e Grandezas, segundo a BNCC (2018), as medidas de comprimento são mecanismos de medição eficazes, uma vez que utilizam como recurso medidas convencionais, existem várias unidades de medidas de comprimento, a utilizada no sistema internacional de unidades é o metro e seus múltiplos tais como (quilometro, hectômetro e decâmetro), e seus submúltiplos (milímetro, centímetro). Elas foram criadas justamente para mitigar a probabilidade de ocorrência de erros no momento em que era necessário mensurar as coisas.

> Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume. E suas habilidades respectivamente: (EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento (BRASIL, 2018, p. 298).

Temos como base um contexto histórico, desde quando os povos antigos utilizavam os métodos de comparação, utilizando as partes do corpo como medidas, para mensurar e comparar coisas até o surgimento do metro, além dos múltiplos e os submúltiplos e sua utilização no dia a dia. Além das unidades de medidas de comprimento apresentadas, existem outras como as que utilizam o corpo como parâmetro: o palmo, o pé, a polegada. Ainda, há aquelas que não são do sistema internacional, mas são utilizadas a depender da região, como a légua, a jarda, a milha e o ano luz.

D’Ambrósio (1999) afirma que, discutir educação sem recorrer aos seus registros históricos e referentes interpretações dos mesmos é impossível, valendo, para várias disciplinas, mas em especial, ao estudo da matemática.

Portanto, as atividades que são propostas para o professor aplicar quando tratar do assunto de medidas de comprimento, têm como objetivo trabalhar os conteúdos estudados e ajudar os alunos a reconhecer maneiras e meios para medir comprimentos.

5 I METODOLOGIA

O presente estudo é fundamentado no método de revisão integrativa, que é um método que tem como finalidade sintetizar resultados obtidos em pesquisas sobre um tema ou questão, de maneira sistemática, ordenada e abrangente, é denominada integrativa porque fornece informações mais amplas sobre um assunto/problema, constituindo assim, um corpo de conhecimento. (Crosseti, 2012).

Para essa revisão integrativa é preciso recorrer à algumas etapas distintas sendo elas a identificação do tema e seleção da hipótese ou questão de pesquisa; estabelecimento de critérios para inclusão e exclusão de estudos/amostragens ou busca na literatura; definição das informações a serem extraídas dos estudos; interpretação dos resultados; e apresentação da revisão/síntese do conhecimento.

A metodologia consiste em uma revisão integrativa, nessa pesquisa podemos identificar o primeiro passo que se apresenta no momento em que elaboramos, a nossa questão problema: Como a história da matemática pode contribuir para o ensino de algumas medidas de comprimento para o 6° do ensino fundamental?

Para verificarmos o uso da história da matemática como uma estratégia metodológica e como podemos relacionar ao assunto matemático de medidas de comprimento, partimos para o segundo passo da revisão integrativa, que ocorre no momento em que selecionamos alguns artigos envolvendo essas temáticas. Entre esses artigos selecionados, utilizamos alguns filtros com os tópicos do assunto como: a tendência história da matemática e sua importância; medidas de comprimento que abrange ao assunto de grandezas e medidas, metodologia e ensino. A partir desse momento, seguimos para o terceiro passo que foi a definição e organização das informações coletadas, avaliamos os dados dos artigos selecionados, que no total foram 5(cinco), foram lidos e obtidos na íntegra, nos quais abordavam os fatores influenciadores dos resultados.

A interpretação desses resultados encontrados nos artigos nos leva a quarta etapa dessa revisão integrativa, pois trata-se dos fatores influenciadores para que o uso da história da matemática tenha um papel importante no ensino e aprendizagem.

Por fim, a 5ª etapa, que nos apontam que devemos investir mais no uso da tendência história da matemática, o que pode amplificar o bom ensino, porém, se torna necessário investir mais em pesquisas nesta área levando-se em conta que essa tendência oportuniza a leitura, a reflexão, a análise, o conhecimento interdisciplinar e permite tratar os conteúdos e conhecimentos matemáticos de forma contextualizada historicamente favorecendo o crescimento intelectual e cultural dos envolvidos.

Como esta pesquisa trata-se de uma proposta a ser aplicada por qualquer leitor que se interesse pela ideia aqui apresentada, pretendemos também propor ao leitor utilizar a análise qualitativa que segundo Oliveira (2008), as abordagens qualitativas facilitam descrever a complexidade de problemas e hipóteses bem como analisar a interação entre variáveis, compreender e classificar determinados processos sociais, oferecer contribuições aos processos das mudanças, à criação ou à formação de opiniões de determinados grupos e à interpretação das particularidades dos comportamentos ou atitudes dos indivíduos.

- **Avaliação a ser utilizada**

Sabe-se que a avaliação é intrínseca ao processo de ensino e aprendizagem. Do ponto de vista de Cipriano luckesi (2011) o processo de avaliar passa, basicamente

por três passos: 1) Conhecer o nível de desempenho do aluno em forma da constatação da realidade; 2) Comparar, constatação da realidade, com aquilo que é considerado importante no processo educativo; 3) Tomar decisões que possibilitem atingir os resultados esperados. E quando se fala em avaliação escolar, logo o que vem em mente é a famosa "prova escrita", classificada como avaliação somativa, segundo Haydt (2000), a avaliação somativa classifica o aluno, em detrimento das notas que lhes são atribuídas determinam se ele será aprovado ou reprovado. Apesar de ser uma prática histórica, o que a torna tradicional entre as instituições de ensino, não deve ser a única maneira a ser utilizada para avaliar a aprendizagem do aluno, pois, avaliar é um ato rigoroso de acompanhamento da aprendizagem.

Neste sentido, sugerimos que seja aplicada as avaliações diagnósticas, segundo Luckesi (2009, p. 81), reconhece possibilidades na avaliação diagnóstica como "um instrumento de compreensão do estágio de aprendizagem em que se encontra o aluno, tendo em vista tomar decisões suficientes e satisfatórias para que possa avançar no seu processo de aprendizagem".

6 | RESULTADOS

Em relação a esta dinâmica desenvolvida em sala de aula, esta proposta foi apresentada, em um curso de formação para os futuros professores de licenciatura em matemática, realizado em nossa própria turma, no período do quarto ano, na universidade do estado do Pará, campus XIV, na cidade de Moju, em meio a disciplina História da matemática, sendo assim, esta proposta é indicada, para professores de matemática ou para qualquer professor que possua formação para ministrar aulas desta disciplina, e, que tenham interesse em implementar essa dinâmica em sala de aula, como forma de metodologia de ensino para o público do 6° ano do ensino fundamental.

Percebemos que o contexto histórico do conceito medidas de comprimento devem ser abordados pelos professores que se interessarem por metodologias como esta que propomos, de forma que venham a contribuir para que o aluno entenda esse processo de construção, para assim, facilitar o aprendizado.

A dinâmica iniciou-se primeiramente, com a explicação do que iria ser apresentado no trabalho, sendo mostrado primeiramente por meio do slide, os objetivos do mesmo.

Em um segundo momento da aula, a professora relatou que, os povos antigos para fazer suas medições, utilizavam partes do corpo como unidades de medidas, mostrou como era a medida do cúbito, em seguida mostrou quais as partes do corpo eram utilizadas como mostram as figuras a seguir:

Figuras 01: medidas não convencionais

Fonte: os autores

Nas figuras acima, respectivamente, é explicado que o pé e o passo eram utilizados como unidades de medidas; que o cúbito era a medida do antebraço do faraó e que essa medida se dava do cotovelo até a ponta do dedo médio da mão; e que dois professores participaram e mediram seus braços para comprovar que as medidas não eram iguais.

Por esse motivo, ainda relacionado a essa explicação, a professora mostrou que os egípcios criaram um padrão do cúbito num pedaço de madeira e que essa medida padrão os mesmos utilizavam nas cordas para fazer medidas de comprimento, mostrando assim, de onde se originou a trena. Como vamos observar a seguir:

Figura 02: criação do cúbito

Fonte: os autores

No terceiro momento, a professora explicou que outros povos também criaram seus próprios padrões de medida e que com a comercialização entre eles, foi necessário criar um sistema de medidas universal. Pois ficara impossível utilizar as medidas que cada povo possuía. Então, em seguida foi apresentado um vídeo, mostrando como surgiu o sistema métrico, e suas unidades de medidas. Veja as imagens a seguir:

Figura 03: padronização das medidas

Fonte: os autores

Em seguida, foram apresentados os instrumentos utilizados para medir comprimentos, como a trena, o paquímetro e a fita métrica.

Por fim, foi desenvolvida a atividade, em que os professores que estavam participando teriam que realizar três tarefas, utilizando as medidas não convencionais para deduzir as medidas dos objetos escolhidos pela professora e responder estimando na medida padrão qual seriam os resultados, então, foi dividida a turma em 4 grupos e todos fizeram suas estimativas, como mostram as figuras abaixo:

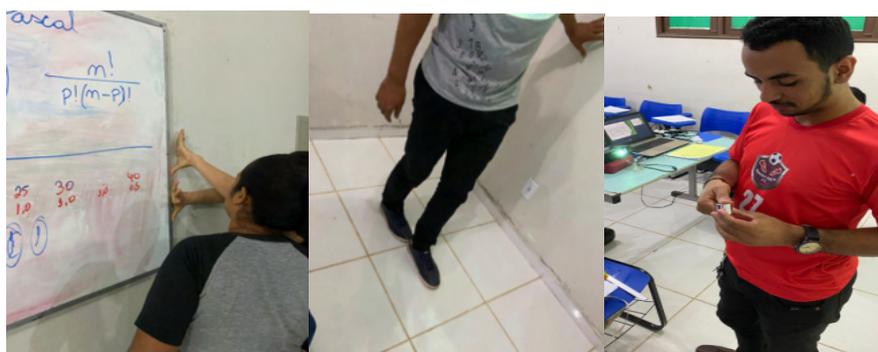



Figura 04: atividade desenvolvida

Fonte: os autores

7 I ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Neste trabalho abordamos o uso da história da matemática como proposta metodológica para contribuir com o ensino de medidas de comprimento, com o objetivo de propor atividades didáticas para uma elevação na prática pedagógica e na qualidade do ensino, no mais, propor aos leitores, professores, ou futuros professores, que se interessem por essa prática metodológica, utilizá-la ou adaptá-la para trabalhar na sala de aula com

qualquer uma das outras unidades de medidas, neste caso especificamente para alunos do 6° ano do ensino fundamental.

Concluímos que o uso de contextos históricos relacionados aos conteúdos matemáticos pode potencializar o ensino de forma que contribua positivamente no que se refere ao aprendizado, sendo assim, podemos afirmar que cumprimos com todos os objetivos que propomos na realização desta atividade, pois de acordo com os resultados, obtivemos sucesso no êxito da execução do que foi trabalhado. Este trabalho foi muito importante para nosso conhecimento e para nosso crescimento profissionalmente, pois nos mostrou que devemos sempre procurar métodos diferenciados para auxiliar um ensino que contribua com a construção do conhecimento crítico e científico.

REFERÊNCIAS

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO INSTRUMENTO DE APRENDIZAGEM NA EDUCAÇÃO BÁSICA. Disponível em: https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/2832/3013. Acesso em: 18/06/2022.

BIEMBENGUT, M. S, Bassanezi, R. C**. Modelação Matemática: uma alternativa para o ensino-aprendizagem, de matemática em cursos regulares**. In: boletim informativo do departamento de matemática, Blumenau-SC, n.33, p. 1-5, 1995.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática na educaçã**o. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BORBA, M. C.; Skovsmose, O. A. **Ideologia da Certeza em Educação Matemática**. In: skovsmose, O. Educação Matemática Crítica – A Questão da Democracia. Campinas: Papirus, 2001.

BRASIL. Ministério da educação. Base nacional comum curricular. Brasília, DF, 2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: 3º e 4º Ciclos do Ensino Fundamental: Matemática. Brasília, Secretaria de Educação Fundamental, 1998.

BURAK, D. Modelagem Matemática e a sala de aula. In Encontro paranaense de modelagem em educação matemática, 01, 2004. Londrina: UEI, 2004.

CASTRUCCI, Benedicto. JÚNIOR José Rui Giovanni, **A conquista da matemática**: 6°ano: ensino fundamental: anos finais /4. ed. São Paulo: FTD, 2018.

CHAQUIAM, M. **História da matemática em sala de aula**: proposta para integração aos conteúdos matemáticos. Série História da Matemática para o Ensino, v. 10. São Paulo: Livraria da Física, 2015. 82 p. ISBN: 978-85-7861-309-9.

CROSSETTI MGO. **Revisão integrativa de pesquisa**. Disponível em: https://www.scielo.br. Acesso em: 16/06/2022.

D'AMBRÓSIO, B. S. **como ensinar matemática hoje**? Temas e debates, SBEM. Ano II. N2. Brasília, 1989. P. 15-19.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 1996. 121p.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática** – Elo entre as Tradições e a Modernidade, Belo Horizonte, Ed. Autêntica, 2001.

D'AMBRÓSIO, U.: **A História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática**. In: BICUDO, M. A. V. (org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999, p. 97-115.

HAYDT, R C. **Avaliação do processo ensino-aprendizagem**. São Paulo: África, 2000.

HISTÓRIAS DOS SISTEMAS DE MEDIDAS DE COMPRIMENTO. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/perspectiva/article/view/2175-795X.2018v36n2p/pdf. Acesso em:18/06/2022.

INTERDISCIPLINARIDADE NA EDUCAÇÃO BÁSICA. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br. Acesso em: 16/06/2022.

KISHIMOTO, T. M. **jogo, brinquedo, brincadeira e a educação** (ORG). 14. Ed. São Paulo: Cortez, 2011.

LUCKESI, Cipriano C. **Avaliação da aprendizagem na escola**. Reelaborando conceitos e criando prática. 2 ed. Salvador: Malabares Comunicações e eventos, 2005.

MACEDO, L. PETTY, A. L., & PASSOS, N.C. **4 cores, senha e dominó- oficinas de jogos em uma perspectiva construtivista e psicopedagógica**. São Paulo: casa do psicólogo, 1997.

MENDES, A.; CHAQUIAM, M. **História nas aulas de Matemática:** fundamentos e sugestões didáticas para professores / Iran Abreu Mendes; Miguel Chaquiam. Belém: SBHMat, 2016.

MENDES, I. A. **Investigação Histórica Em Sala De Aula: Um Exercício De Criatividade Para A Matemática Escolar.** In: Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2012.

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satico. **Matemática Ideias e Desafios**,6° Ano: ensino fundamental/18. Ed. São Paulo: saraiva,2015.

MÜLLER, I. **Tendências atuais de Educação Matemática**. UNOPAR Cient., Ciênc. Hum. Educ., Londrina, v. 1, n. 1, jun. 2000. Revista Científica. Disponível em: http://www.unopar.br/portugues/revista_cientificah/art_rev_133/body_art_ rev_133.html Acesso em: 25/06/2022.

OLIVEIRA, Maria Marly de. **Projetos, Relatórios e Textos na Educação Básica**. Como fazer. Petrópolis/RJ: Vozes,2008.

PEREIRA, R. F. **Desenvolvendo jogos educativos para o ensino de física: um material didático alternativo de apoio ao binômio ensino-aprendizagem**. 2008. Dissertação (mestrado). Mestrado em educação para a ciência e o ensino de matemática, universidade estadual de Maringá.

PEREIRA, R; FUSINATO, A.; NEVES, M. **Desenvolvendo um jogo de tabuleiro para o ensino de física.** Encontro nacional de pesquisa em educação em ciências, p. 12-23, 2009.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

RAHAL, F. A. S. **Jogos didáticos no ensino de física: um exemplo na termodinâmica**. XVIII SNEF, Vitória-ES, 2009.

REVISÃO INTEGRATIVA COMO FAZER. Disponível em: https://www.scielo.br. Acesso em: 15/06/2022

SEQUENCIA DIDÁTICA. **Uma sequência educacional para o ensino de medida de comprimento didática como produto**. Disponível em: http://dx.doi.org/10.5965/2357724X06102018349. Acesso em: 17/06/2022.

SHUWARS, V. R. K. **contribuição dos jogos educativos na qualificação do trabalho docente**. Porto Alegre, RS, PUCRS, 2006.

Uma experiência envolvendo medidas de comprimento nos anos iniciais do ensino fundamental. Disponível em: http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites. Acesso em:17/06/2022.

YOTUBE**. Medidas de comprimento**. Disponível em: https://youtu.be/tKLBGixjxp0. Acesso em: 19/06/2022.

CAPÍTULO 11

LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA: A UTILIZAÇÃO DE MATERIAIS MANIPULATIVOS PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA – POLIEDROS REGULARES

Data de aceite: 01/08/2022

Alexandre Souza de Oliveira
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUCSP
Universidade Nove de Julho – UNINOVE-SP
São Paulo – SP
http://lattes.cnpq.br/4699659431065247

Sergiano Guerra de Oliveira
Universidade Cruzeiro do Sul – UNICSUL
São Paulo – SP
http://lattes.cnpq.br/6111899366391498

RESUMO: Este trabalho apresenta uma proposta pedagógica utilizando materiais manipulativos para o ensino de geometria. Trabalharemos a observação e a exploração dos cinco poliedros platônicos, além de analisar suas características. A pesquisa tem como sujeitos participantes cerca de 95 estudantes matriculados na 1ª série do Ensino Médio de uma escola pública de ensino integral (PEI) da rede estadual de ensino de São Paulo - SP. A variedade de recursos utilizados foi um elemento relevante para o aprendizado geométrico dos sujeitos. A metodologia está dividida em três momentos. No primeiro momento, foi realizada a comprovação da existência de apenas cinco tipos de poliedros regulares. Nesta atividade, os alunos puderam perceber com quais polígonos regulares foi possível a formação de ângulos poliédricos, o que auxiliará nas conclusões finais da existência de apenas cinco poliedros regulares. No segundo momento, os alunos foram motivados a construírem os cinco poliedros regulares. Foram utilizados os polígonos que sobraram do primeiro momento, os bicos já construídos e a planificação dos sólidos geométricos que constitui a representação de todas as suas faces em forma bidimensional, permitindo visualizar o todo do sólido. No terceiro momento foram abordados alguns aspectos teóricos sobre os poliedros regulares e discussões. Com essa proposta, possibilitamos um ensino da Geometria mais interessante, atrativo e prazeroso, que proporcione ao aluno perceber que a Matemática vai além de teoremas e argumentações dedutivas.
PALAVRAS-CHAVE: Geometria. Poliedros regulares. Poliedros de Platão. Materiais manipulativos.

ABSTRACT: In this work we present a pedagogical proposal using manipulative materials for the teaching of geometry. We will work on the observation and exploration of the five Platonic polyhedra, in addition to analyzing their characteristics. The research has as research subjects three classes of the 1st grade of High School from a public school of the State Education Network in the city of São Paulo (SP). The variety of resources used was a relevant element for the subjects' geometric learning. The methodology will be divided into three moments. In the first moment, proof of the existence of only five types of regular polyhedrons was carried out. In this activity, they were able to perceive with which regular polygons it was possible to form polyhedral angles, which will help in the final conclusions of the existence of only five regular polyhedra. In the second moment, the students

were motivated to build the five regular polyhedra. The polygons left over from the first moment and the spouts already built were used, as well as the flattening of the geometric solids, which represents the representation of all its faces in two-dimensional form, allowing the visualization of the whole of the solid. In the third moment, some theoretical aspects about regular polyhedra and discussions were addressed. With this proposal, we enable a more interesting, attractive and pleasurable teaching of Geometry, which allows the student to perceive that Mathematics goes beyond theorems and deductive arguments.
KEYWORDS: Geometry. Regular polyhedrons. Plato's Polyhedra. Manipulative materials.

INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem como objetivo apresentar uma pesquisa com a utilização de materiais concretos manipuláveis no laboratório de matemática com a participação direta dos sujeitos na construção do conhecimento. A fim de compreender melhor o ensino da Geometria, foi ministrada 6 aulas práticas para três turmas da 1ª série do Ensino Médio de uma escola pública de ensino integral (PEI) da rede estadual de ensino de São Paulo - SP a fim de compreender os obstáculos epistemológicos dos alunos em relação ao objeto matemático, a fim de realizar as intervenções necessárias para o aprendizado.

A escola é um espaço onde o educando participa da construção do conhecimento, onde as chances de sucesso dependem muito do ambiente em que essa construção acontece e da qualidade da relação entre educador e educando.

Uma vez que a maioria das aulas expositivas, foi possível verificar a aversão dos alunos com relação à matemática, com dificuldades para compreender, afirmavam que a matemática é uma matéria difícil de ser compreendida bem como a geometria. Essa experiência nos fez enquanto pesquisadores refletir sobre as dificuldades dos estudantes, e de alguns professores com os quais havíamos estudado. Foi possível perceber que os alunos tinham a necessidade de experimentar conceitos de geometria espacial, com mais participação na construção do conhecimento.

As aulas práticas com a utilização e/ou construção de material didático diferenciado podem contribuir para que os alunos possam entender de forma mais clara os conceitos geométricos, e ter uma visão mais realista das figuras, linhas e formas geométricas.

A matemática por ser uma ciência exata, leva muitos educadores ao erro de pensar que há somente uma maneira de se chegar a uma resposta, porém os caminhos e possibilidades para isso são inúmeros. Temida por muitos por ser uma disciplina usualmente definida como difícil e que mais reprova, como afirma Silveira (2002), o ensino da Matemática, em muitas escolas, vale-se da tríade: ler, escrever e contar. Zaslavsky (2009) defende que a Matemática é para todos, ressaltando que, quando são propostas ao aluno atividades desafiadoras, a Matemática pode se tornar uma fonte de muita alegria e satisfação.

Os alunos de hoje são dinâmicos e cheios de informação e ainda de realidades

diferentes o que exige do professor cada vez mais empenho e criatividade em preparar suas aulas. As aulas baseadas em quadro e giz já não são mais suficientes. Por isso para o aluno se envolver com a aprendizagem, é primordial que sejam desenvolvidas estratégias que ligue o conhecimento matemático escolar com o cotidiano do aluno.

O uso do lúdico em sala de aula tem sido uma das estratégias muito utilizadas pelos educadores como forma de melhor desenvolver a aprendizagem dos educandos. Por sua vez a função educativa do jogo oportuniza a aprendizagem do indivíduo: seu saber, seu conhecimento e sua compreensão de mundo. Porém as aulas lúdicas devem transmitir os conteúdos, combiná-los, possibilitando que o aprendente perceba que não está apenas brincando em aula, mas que está armazenando conhecimentos. Daí a necessidade de um bom planejamento para a ministração de aulas lúdicas, para que não se torne apenas entretenimento, mas um objeto que ajuda o educando a criar o próprio conhecimento.

De acordo com Alves (2001), diversos professores para o ensino de matemática faz a utilização de jogos, principalmente no ensino em séries iniciais do Ensino Fundamental. Porém, essa metodologia não está sendo usada apenas no ensino fundamental, mas também no Ensino Médio, pois a utilização deles é de forma mais aprimorado ao ensino já alcançado na fase do ensino/aprendizagem da criança. Trata-se de investigar o desenvolvimento da criança através do jogo, de envolver o brincar dela para a aprendizagem, sem talvez que ela perceba, mas trazer o ensino da matemática através de atividades lúdicas.

Os primeiros conhecimentos que o homem teve a respeito da Geometria partiram da necessidade em compreender melhor o meio onde vivia. Segundo Roque, "os mesopotâmicos e egípcios realizavam cálculos com medidas de comprimentos, áreas e volumes e alguns de seus procedimentos aritméticos devem ter sido obtidos por métodos geométricos, envolvendo transformações de áreas". (ROQUE, 2012, p. 93)

Assim, fica evidenciado que, desde os tempos mais antigos, ainda que de forma não sistematizada, as civilizações realizavam cálculos geométricos para resolver problemas da vida cotidiana. Apesar de a Geometria surgir de necessidades básicas, ainda percebemos, em nossa prática docente, a dificuldade dos alunos em lidar com novos conhecimentos e dos professores em disponibilizar aos educandos formas alternativas de superar essas dificuldades.

Dessa maneira, para reduzir essas dificuldades, convém que haja a busca por alternativas que possam tornar o ensino de Geometria mais atrativo, desenvolvendo a iniciativa, o raciocínio dedutivo e o pensamento crítico. Assim, minimizam-se as dificuldades encontradas pelos estudantes e professores, visto que o ensino dessa área da Matemática acabou por ficar afastado por um longo período dos currículos escolares, como destacam Passos e Nacarato (2014).

Depois de longo período de abandono quase absoluto, no final do século XX, o ensino de geometria na educação básica começa a fazer parte de debates e estudos acadêmicos, gerando muitas discussões em congressos nacionais e internacionais de Educação

Matemática e deu lugar a muitas pesquisas de mestrado e doutorado tanto no Brasil, como no exterior. O ensino de geometria nas escolas, até então relegado às últimas páginas dos livros didáticos, volta a compor, de forma mais integrada e ao longo das unidades, a maioria dos livros didáticos de matemática quando esses passam a contemplar, de certo modo, orientados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais. (PASSOS; NACARATO, 2014, p. 1).

Diante disso, a fim de auxiliar nessas discussões, este artigo tem como objetivo propor uma alternativa para o ensino de Geometria que possa despertar o interesse dos participantes por essa área da Matemática, por meio da construção de um objeto matemático que pode ser mais explorado no ambiente escolar: os poliedros regulares ou poliedros de Platão. A ideia dessa proposta é criar a possibilidade de uma aula prática, investigativa e de construção, além de oportunizar aos alunos a construção de seu próprio material de estudo.

QUESTÕES QUE NORTEARAM A PESQUISA

Conforme apontamos na introdução, construiu-se questões que nortearam esta pesquisa: 1). Investigar se a utilização de materiais manipuláveis em sala de aula contribui na compreensão do conteúdo de poliedros platônicos por parte dos alunos. 2). Analisar as potencialidades do uso de materiais manipuláveis em sala de aula, em especial no conteúdo de Poliedros. 3). Realizar experiências matemáticas utilizando material manipulável para a construção dos poliedros platônicos com as três turmas da 1ª série do Ensino Médio de uma escola pública de ensino integral (PEI) da rede estadual de ensino de São Paulo - SP.

PÚBLICO-ALVO, OBJETIVO E ETAPAS

A aplicação deste trabalho foi destinada a três turmas da 1ª série do Ensino Médio de uma escola pública de ensino integral (PEI) da rede estadual de ensino de São Paulo - SP, totalizando cerca de 95 alunos. Ela tem como objetivo a criação de um espaço de reflexão, discussão, troca de experiências e, principalmente, de estudos sobre os poliedros regulares. Durante a realização das aulas práticas, evidenciaremos os poliedros regulares, conhecidos também como poliedros de Platão, a Relação de Euler e algumas propriedades dos poliedros (como nomenclatura, arestas, vértices e faces). As etapas a serem desenvolvidas serão:

- No **primeiro momento**, será realizada a comprovação da existência de apenas cinco tipos de poliedros regulares. Neste momento, foi entregue aos participantes diferentes polígonos regulares, com os quais eles realizaram a construção de ângulos poliédricos com diferentes números de polígonos regulares, nesta atividade, eles puderam perceber com quais polígonos regulares foi possível a formação de ângulos poliédricos, o que auxiliará nas conclusões finais da existência de apenas cinco poliedros regulares.

- No **segundo momento**, os alunos serão motivados a construírem os cinco poliedros regulares. Para essa construção, serão utilizados os polígonos que sobraram do primeiro momento e os bicos já construídos e a planificação dos sólidos geométricos que constitui a representação de todas as suas faces em forma bidimensional, permitindo visualizar o todo do sólido. Dessa forma, vamos obter o tetraedro regular, o hexaedro regular, o octaedro regular, o dodecaedro regular e o icosaedro regular.
- No **terceiro momento** serão abordados alguns aspectos teóricos sobre os poliedros regulares e a possibilidade de discussões e identificação da quantidade de vértices, faces e arestas dos sólidos construídos. Neste momento também será necessário que os alunos comprovem que a relação de Euler é válida para os poliedros regulares (isso também é justificável pelo fato de os poliedros regulares serem convexos). A ideia aqui é fazer com que os participantes percebam que existem cinco tipos de poliedros regulares e cada um deles pertence a uma das cinco classes de poliedros de Platão. No entanto, é importante que o estudante note que todo poliedro regular é um poliedro de Platão, mas nem todo poliedro de Platão é regular. Neste momento também foi possível questionar os alunos: *Por que será que não existem mais do que cinco tipos de poliedros regulares? Você não acha intrigante essa limitação no número de poliedros regulares? Qual seria a razão deste número tão pequeno?*

METODOLOGIA

A pesquisa teve se utilizou do método qualitativo, num estudo quase experimental onde os dados coletados foram por meio de um diário de campo, com observações, questionamentos, reflexões e atividades avaliativas.

O laboratório foi organizado e teve as aulas desenvolvida durante (06) seis horas-aula, durante as quais foram previstas atividades sobre o conteúdo de geometria e realização das atividades propostas. Para a realização das atividades experimentais utilizou-se a princípio os sólidos geométricos existentes no laboratório e também o uso das planificações dos poliedros platônicos, régua, compasso e transferidor .

Sob a forma de avaliação, também foi utilizada a apostila Aprender Sempre voltado para alunos da 1ª série do Ensino Médio das escolas públicas da rede estadual de ensino de São Paulo - SP, com o conteúdo de geometria que envolve os sólidos platônicos e a Relação de Euler, como forma de verificar a evolução da aprendizagem dos alunos durante a realização do laboratório. Dessa forma realizou-se uma triangulação entre os dados coletados e os teóricos que embasam esta pesquisa para a realização destas análises dos dados.

O ENSINO DE GEOMETRIA E OS MATERIAIS MANIPULÁVEIS COMO RECURSO DIDÁTICO

O ensino de Geometria permite trabalhar com figuras geométricas tanto planas quanto espaciais e utilizar-se delas na vida cotidiana, desde a Matemática escolar até a economia de mercado, explorando a construção civil, a agricultura e a organização do espaço. Mesmo com tamanha relação com a vida dos educandos, esse ensino passou por momentos de abandono dentro da história do currículo brasileiro.

Com a criação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), ficou evidenciada a preocupação em retomar esse ensino, pois afirmam que a Geometria "é um estudo em que os alunos podem ter oportunidade especial, com a certeza, não a única, de apreciar a faceta da matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivas" (BRASIL, 2006, p.75). Para tanto, existe uma preocupação em relação a como trabalhar com o ensino de Geometria e quais alternativas podem torná-lo mais atrativo, possibilitando o desenvolvimento da iniciativa, do raciocínio dedutivo e do pensamento crítico. De acordo com Meneses (2007),

> no Brasil, ainda nos dias atuais, temos percebido uma certa dificuldade de alguns professores em abordar esse ramo de conhecimento da Matemática, pois algumas reformas, principalmente a reforma advinda do Movimento da Matemática Moderna, fizeram com que esse estudo fosse posto em segundo plano, gerando um grupo de professores e consequentemente de alunos que apresentam pouco conhecimento e enormes dificuldades em abordar questões que envolvam conhecimentos geométricos. (MENESES, 2007, p. 29).

É percebível, dentro do ambiente escolar, professores preocupados em mudar essa realidade, ao buscarem caminhos e alternativas para o ensino de Geometria, visto que muitos não tiveram esse estudo em sua formação e não se sentem seguros em trabalhar esse conteúdo. Os autores Fiorentini e Miorim trazem também uma importante reflexão, pois alertam que:

> Ao aluno deve ser dado o direito de aprender. Não um "aprender" mecânico, repetitivo, de fazer sem saber o que faz e por que faz. Muito menos um "aprender" que se esvazia em brincadeiras. Mas um aprender significativo, do qual o aluno participe raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido e superando, assim, sua visão ingênua, fragmentada e parcial da realidade. (FIORENTINI; MIORIM, 1990, p. 3, grifos dos autores).

Portanto, para que os alunos tenham um desenvolvimento no ensino de Geometria, é conveniente a utilização de recursos que estimulem o seu ensino. Uma das alternativas viáveis é o uso do concreto, do manipulável, pois esses materiais podem contribuir para a construção de novos saberes. Segundo Nacarato

> O uso de materiais manipuláveis no ensino foi destacado pela primeira vez por Pestalozzi, no século XIX, ao defender que a educação deveria começar

> pela percepção de objetos concretos, com a realização de ações concretas e experimentações. No Brasil o discurso em defesa da utilização de recursos didáticos nas aulas de Matemática surgiu na década de 1920. (NACARATO, 2004, p. 1).

Essas discussões tiveram início, no Brasil, na década de 1920. Outro ponto importante no que se refere ao ensino de Geometria com materiais manipuláveis foi a década de 1980 com o resgate desse ensino devido ao período de enfraquecimento do Movimento da Matemática Moderna. A autora alerta que "um uso inadequado ou pouco exploratório de qualquer material manipulável pouco ou nada contribuirá para a aprendizagem matemática. O problema não está na utilização desses materiais, mas na maneira como utilizá-los" (NACARATO, 2004, p.04).

Portanto, convém destacarmos que a utilização de materiais manipulável por si só não se torna eficiente. Faz-se necessário construir conhecimentos por meio da utilização desses materiais. Passos (2006, p. 79) afirma que "os recursos didáticos nas aulas de matemática envolvem uma diversidade de elementos utilizados principalmente como suporte experimental na organização do processo de ensino e aprendizagem". Diante disso, percebemos que a utilização de materiais manipuláveis, desde que seja explorada de maneira adequada, pode ser um recurso de experimentação e descobertas, um mediador para facilitar a relação entre professor/aluno/conhecimento.

Lorenzato (2006) destaca que uma possibilidade a ser explorada no ensino de Geometria são os poliedros de Platão, pois

> diante dos poliedros de Platão convém que surjam questionamentos pelos alunos ou pelo professor como: Quem foi Platão? Quais foram suas contribuições para a matemática? Por que os poliedros de Platão são somente cinco, isto é, quais são as suas características? Quais são os outros tipos de poliedros? Onde os poliedros estão presentes? (LORENZATO, 2006, p. 8).

O autor se refere a esse estudo como uma alternativa em que o aluno pode aprender a procurar as respostas por ele próprio, trabalhando o aspecto experimental e racional na busca de um saber significativo. Lorenzato (2006) complementa dizendo que

> para o aluno, mais importante que conhecer essas verdades matemáticas, é obter a alegria da descoberta, a percepção da sua competência, a melhoria da autoimagem, a certeza de que vale a pena procurar soluções e fazer constatações, a satisfação do sucesso, e compreender que a matemática, longe de ser um bicho-papão, é um campo de saber onde ele, aluno, pode navegar. (LORENZATO, 2006, p. 25).

Portanto, as dificuldades encontradas no ensino de Geometria possibilitam a utilização de materiais concretos, podendo despertar a criatividade e o raciocínio lógico dos alunos. Mas é conveniente destacarmos que o material concreto possibilita apenas o primeiro conhecimento, isto é, o concreto é necessário, embora não suficiente, sendo importante ter sempre um elo entre a teoria e a prática.

POLIEDROS REGULARES - POLIEDROS DE PLATÃO

Segundo os estudos da Geometria espacial, só existem cinco tipos de poliedros regulares. Hoje, de acordo com a história, esses poliedros são conhecidos como sólidos platônicos ou poliedros de Platão. Mas fica evidente que esses não são apenas os poliedros regulares, mas sim aqueles que, em todas as faces, têm o mesmo número de arestas e em todos os ângulos poliédricos têm o mesmo número de arestas, e vale a relação de Euler. Esses poliedros carregam o nome de Platão em virtude de ser este o tratamento dado por Euclides, em seu livro XIII, embora a história nos conte que três desses poliedros - o tetraedro, o cubo e o dodecaedro - devam-se aos Pitagóricos, enquanto o octaedro e o icosaedro se devam a Teeteto (CADAMURO; ARAÚJO, 2013).

Segundo Dolce e Pompeo (1993, p. 130), “existem cinco, e somente cinco, classes de poliedros de Platão”. Os autores caracterizam classes como um conjunto de poliedros que satisfazem as condições para serem considerados um poliedro de Platão. Dessa forma, notamos, por exemplo, que um prisma reto de base quadrada satisfaz todas as condições apresentadas, portanto, é um poliedro de Platão. Porém, se todas as suas faces não forem quadradas, ele não pode ser considerado um poliedro regular visto que “um poliedro convexo é regular quando: a) suas faces são polígonos regulares e congruentes; b) seus ângulos poliédricos são congruentes” (DOLCE; POMPEO, 1993, p. 132). Os poliedros regulares possuem a seguinte propriedade: “existem cinco, e somente cinco, tipos de poliedros regulares. [...] Todo poliedro regular é um poliedro de Platão, mas nem todo poliedro de Platão é um poliedro regular” (DOLCE; POMPEO, 1993, p. 133).

Portanto, a existência de apenas cinco tipos de poliedros regulares justifica-se em função de seus ângulos poliédricos, visto que, para formar um ângulo poliédrico, são necessários, no mínimo, três faces, e a soma de seus ângulos não pode ser igual ou maior do que 360°. A Figura 1 traz os cinco tipos de poliedros regulares convexos, que são também poliedros de Platão.

Figura 1 – Poliedros regulares

Fonte: Elaborado pelos autores

Esses são os cinco tipos de poliedros regulares existentes. Cada um deles pertence a uma das cinco classes de poliedros de Platão.

DESENVOLVIMENTO

1º momento - Comprovar a existência de apenas cinco tipos de poliedros regulares

Neste primeiro momento será utilizada uma apresentação em PowerPoint contendo as principais ideias sobre alguns tópicos significativos da Geometria. Após esse momento inicial, os participantes terão a possibilidade de comprovar a existência de apenas cinco tipos de poliedros regulares utilizando polígonos de papel. Será necessário que recortem os polígonos e, com eles, construam os possíveis ângulos poliédricos que aqui chamamos de "bicos". Um conceito que dever estar claro é que, para formarem um bico, é necessário unir, no mínimo, três polígonos por um de seus lados, mas podem ser utilizados mais de três polígonos, se necessário. É importante observarem que a soma dos ângulos internos desse bico não pode ser igual ou maior do que 360º. A Figura 2 traz o passo a passo de como formar um bico.

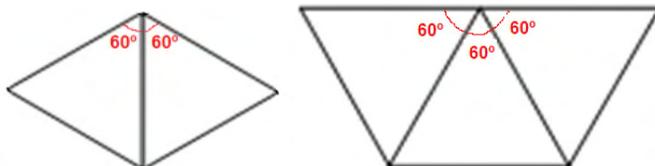



Figura 2 – Bico poliédrico do tetraedro regular

Fonte: Elaborado pelos autores

Polígono regular	Medida do ângulo interno do polígono	Quantidade de polígonos usados	Soma dos ângulos que formam o bico	Poliedro formado
Triângulos	60°	3	180°	Tetraedro
Triângulos	60°	4	240°	Octaedro
Triângulos	60°	5	300°	Icosaedro
Triângulos	60°	6	360°	Não existe
Quadrados	90°	3	270°	Hexaedro
Quadrados	90°	4	360°	Não existe
Pentágonos	108°	3	324°	Dodecaedro
Pentágonos	108°	4	432°	Não existe
Hexágonos	120°	3	360°	Não existe
Heptágonos	≅ 128,57°	3	≅ 385,71°	Não existe

Quadro 1 – Demonstração geométrica da existência de apenas cinco tipos de poliedros regulares

Fonte: Elaborado pelos autores

Agora que os participantes já sabem construir um bico, eles receberão vários polígonos regulares (triângulos, quadrados, pentágonos, hexágonos e heptágonos). Após, terão que construir todas as maneiras possíveis de bicos. Durante as construções, os participantes terão que anotar, no quadro que segue, todas as tentativas realizadas e os resultados obtidos.

Ao final das construções, os participantes serão questionados sobre quais bicos conseguiram formar. Nesse momento, a ideia de bico precisa estar bem clara. É indispensável que o educando saiba identificar quais e quantas faces formam um bico, pois, no próximo momento, construiremos os poliedros regulares utilizando essa ideia.

Na tentativa de montarmos poliedros regulares, será possível verificar, na prática, que não é possível fazê-lo nem com hexágonos nem com polígonos que tenham mais do que seis lados. Enfim, vamos concluir que só é possível construir cinco tipos de poliedros regulares: três modos distintos, utilizando triângulos; de um só modo, utilizando quadrados; de um só modo, utilizando pentágonos.

2º momento - Construção dos cinco tipos de poliedros regulares

Agora que os participantes já compreenderam o motivo de existirem apenas cinco tipos de poliedros regulares, vamos construí-los. Para essa construção, serão utilizados os polígonos que sobraram do primeiro momento e os bicos já construídos. planificação de um sólido geométrico a representação de todas as suas faces em forma bidimensional, permitindo visualizar o todo do sólido. Utilizamos a planificação também como molde para a criação desses sólidos.

Logo, para finalizarmos a construção dos cinco tipos de poliedros regulares, basta completarmos cada bico construído anteriormente com os polígonos que estão faltando. Dessa forma, vamos obter o tetraedro regular, o hexaedro regular, o octaedro regular, o dodecaedro regular e o icosaedro regular. A construção dos poliedros regulares a partir de polígono, ocorre quando unimos polígonos semelhantes por um dos seus lados, mas faz-se necessário lembrar que para qualquer polígono que escolher será necessário pelo menos três deles para formar um bico (um ângulo poliédrico), podendo formar bicos com mais de três polígonos. A Figura 3 traz a planificação dos Poliedros regulares.

Como verificamos, existem apenas cinco tipos de poliedros regulares. A história nos conta que Platão, por volta do século VI a.C., já conhecia esse fato, tendo estudado especialmente certa classe de poliedros, hoje conhecidos como poliedros de Platão, entre os quais se incluem os poliedros regulares.

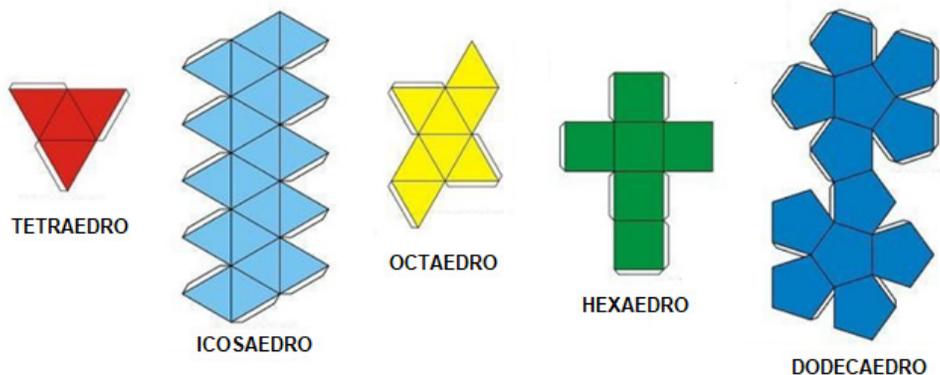



Figura 3 – Planificação dos Poliedros regulares construídos com polígonos

Fonte: Revista Nova Escola – Adaptado pelos autores

A escolha dos polígonos para formar o primeiro bico do poliedro não é totalmente livre, por exemplo, não é possível formar um bico com seis triângulos equiláteros, nem com quatro quadrados, nem com três hexágonos regulares, pois nesses casos, a soma dos ângulos internos dos polígonos em torno do ponto que constituiria o bico totaliza um ângulo plano de 360º e não um ângulo poliédrico. Outro exemplo importante é tentar formar um bico com três heptágonos ou com três octógonos não conseguirá, pois não conseguimos colocar o terceiro polígono.

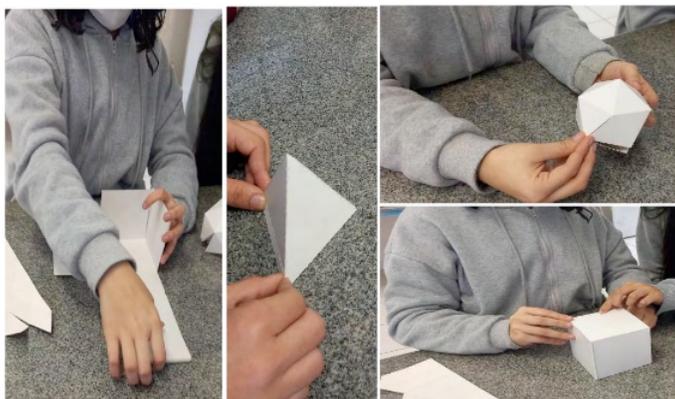



Figura 4 – Construção dos Poliedros regulares construídos com polígonos

Fonte: Elaborados pelos autores

Para a construção dos cinco poliedros regulares, começaremos analisando apenas triângulos. Ou seja, com apenas três triângulos será possível formar o primeiro bico e

colocar o quarto triângulo para assim formar um tetraedro. Na figura 4 há as construções dos poliedros realizadas pelos estudantes.

Para formar um octaedro será necessário formar dois bicos com quatro triângulos cada, e assim uni-los. Ainda é possível formar mais um poliedro a partir de triângulos, que será um icosaedro, dessa vez basta formar bicos com cinco triângulos e uni-los bico a bico. Utilizando quadrados, basta construir dois bicos com três quadrados cada e uni-los, formando o hexaedro, que é mais conhecido como cubo. Com pentágonos é possível formar quatro bicos com três pentágonos cada e uni-los bico a bico, formando o dodecaedro.

3º momento – Comprovando a relação de Euler - Reflexões e discussões

A construção de um poliedro regular a partir da planificação, pode ser uma alternativa para analisar e visualizar conceitos de Geometria, como por exemplo a relação de Euler que foi criada pelo matemático suíço Leonhard Euler e possui uma extrema importância na determinação do número de arestas, vértices e faces de qualquer poliedro convexo e alguns não convexos. Essa relação permite que os cálculos sejam realizados no intuito de determinar o número de elementos de um poliedro.

Após a construção, os alunos foram motivados a identificar a quantidade de vértices, faces e arestas dos sólidos construídos, ver quadro 2. Através desse quadro foi demonstrada a Relação de Euler de forma mais compreensível, pois eles mesmos deduziram a forma literal para os sólidos Platônicos regulares.

Poliedro Regular	Polígonos usados	Nº de faces (F)	Nº de vértices (V)	Nº de arestas (A)	V – A + F = 2
Tetraedro	triângulos	4	4	6	4 – 6 + 4 = 2
Hexaedro	quadrados	6	8	12	8 – 12 + 6 = 2
Octaedro	triângulos	8	6	12	6 – 12 + 8 = 2
Dodecaedro	pentágonos	12	20	30	20 – 30 + 12 = 2
Icosaedro	triângulos	20	12	30	12 – 30 + 20 = 2

Quadro 2 – Comprovando a relação de Euler

Fonte: Elaborado pelos autores.

A fórmula criada por Euler é a seguinte: $F + V = A + 2$, ou seja, em todo poliedro convexo, o número de vértices mais o número de faces é igual ao número de arestas mais 2.

Dessa maneira, finalizaremos este momento comprovando que a relação de Euler é válida para os poliedros regulares (isso também é justificável pelo fato de os poliedros regulares serem convexos).

Assim é possível dizermos que todo poliedro regular é um poliedro de Platão,

mas nem todo poliedro de Platão é regular. A ideia aqui é fazer com que os participantes percebam que existem cinco tipos de poliedros regulares e cada um deles pertence a uma das cinco classes de poliedros de Platão. Mas que, em cada uma das classes de poliedros de Platão, também existem poliedros que não são regulares e alguns não são convexos. Nesse momento, serão realizados questionamentos a respeito dessas características: *Por que será que não existem mais do que cinco tipos de poliedros regulares? Você não acha intrigante essa limitação no número de poliedros regulares? Qual seria a razão deste número tão pequeno?*

Estas questões possibilitaram diversas reflexões e discussões, inclusive filosóficas. Desse modo os sujeitos de pesquisa notaram que para ser um sólido de Platão é necessário satisfazer três regras: 1ª – O poliedro deve ser convexo; 2ª – Deve possuir todas as faces com o mesmo número de arestas formadas por polígonos congruentes; 3ª – Cada vértice deve ser extremidade de uma mesma quantidade de arestas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A experiência relatada mostrou-se importante em diversos aspectos, especialmente com relação à motivação dos alunos por se tratar de uma aula prática, na qual puderam construir seus próprios sólidos geométricos. Este tipo de atividade faz com que os alunos interajam, ajudando uns aos outros.

Foi possível verificar que os alunos ultrapassaram as dificuldades da abstração matemática, compreendendo de forma clara e sucinta tais relações, como a relação de Euler, por exemplo, que envolvem as arestas, os vértices e as faces de um poliedro e além disso, chegaram à conclusão que era possível obter apenas cinco sólidos regulares. Com base no relato dos sujeitos durante as atividades pode-se afirmar que uma aprendizagem com materiais manipuláveis é uma aprendizagem que estimula o sentido crítico e criativo dos alunos, onde estes desenvolvem melhor a comunicação, o raciocínio. Assim, facilita a observação e a análise, o raciocínio lógico, o desenvolve crítico e científico, fundamental e útil para auxiliar o aluno na construção do seu conhecimento, conforme aponta D'Ambrósio (1989).

Conforme apontamos acima, é neste sentido que aparecem os materiais manipuláveis, como mediadores e facilitadores do processo de ensino e aprendizagem contempla inúmeras vantagens que justificam a sua utilização, como é o caso de tornar as aulas de matemática interativas e dinâmicas por meio de experiências visuais, manipuláveis e imaginárias.

Outro aspecto a ser considerado é que os poliedros confeccionados com materiais didáticos manipuláveis colaboram para que os alunos possam criar imagens de algo que lhes é familiar no seu cotidiano, ampliam a capacidade de representar mentalmente objetos e vivências, criando uma maior ligação com os conteúdos matemáticos, que

antes lhes parecia complexos. Assim, possibilitamos ao aluno perceber, na prática, a função das fórmulas algébricas. Com essa experiência matemática, pretendemos, dessa forma, observar as possibilidades de se trabalhar, de forma significativa, com esse objeto matemático durante as aulas.

AGRADECIMENTOS

Nosso agradecimento a Profa. Márcia de Almeida Coutinho pelas contribuições, auxílio e sugestões que ocorreram ao longo do estudo e também pela forma segura, ética e ao mesmo tempo, carinhosa com que trata seus colegas de trabalho e alunos.

REFERÊNCIAS

ALVES, R.; **O Desejo de Ensinar e a Arte de Aprender.** Campinas: Fundação EDUCAR DPaschoal, 2001.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA. **Parâmetros curriculares nacionais: Ensino médio.** Volume 2: Ciência da natureza, Matemática e tecnologia. Brasília: MEC, 2006.

CADAMURO, S. de S. D.; ARAÚJO, N. S. R. de. Descobrindo os poliedros de Platão e sua relação com o cotidiano. In: **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE**. Coleção cadernos do PDE. Volume 1. Versão *online*. 2013.Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2 013/2013_fafipa_mat_artigo_sueli_de_souza_ladeia_cadamuro.pdf>. Acesso em: 07 de junho de 2022.

D'AMBRÓSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje? **Temas e debates***, 2*, 15-19 de 1989.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de Matemática Elementar:** Geometria espacial posição e métrica.5. ed. São Paulo: Atual, 1993.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M.Â. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática. **Boletim da SBEM-SP,** São Paulo, Ano 4, n. 7, jul/ago de 1990.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, Sérgio (Orgs.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Coleção Formação de Professores. Campinas-SP: Autores Associados, 2006. p. 3 – 37.

MENESES, R. S. de. **Uma História da Geometria escolar no Brasil: de disciplina a conteúdo de ensino.** 172f. Dissertação -Pontifícia Universidade Católica de São Paulo- PUC. São Paulo, 2007.

NACARATO, A. M. Eu Trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**. Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Ano 9, n.9-10, (2004- 2005), p.1-6.

PASSOS, C. L. B. Materiais manipuláveis como recurso didático na formação de professores de matemática. In: LORENZATO, Sérgio (Orgs.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Coleção Formação de Professores. Campinas-SP: Autores Associados, 2006. p. 77 – 92.

PASSOS, C. L. B.; NACARATO, A. M. O ensino de geometria no ciclo de alfabetização: um olhar a partir da provinha Brasil. São Paulo: **Revista Educação Matemática em Pesquisa.** Volume 16, n.4, p. 1147-1168, 2014.

ROQUE, T. **História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SILVEIRA, M. R. A (2002). **Matemática é difícil.** Em Reunião Anual da Associação Nacional de Pesquisa e Pós-Graduação em Educação. Caxambu. *Anais*. Caxambu: Anped. Disponível: <www.anped.org.br/25/marisarosaniabreusilveirat19.rtf> Acessado em: 14 de junho de 2022.

ZASLAVSKY, C. (2009). **Criatividade e confiança em Matemática.** Porto Alegre: Artmed.

CAPÍTULO 12

O GEOGEBRA E O IF GOIÁS – TRABALHOS DESENVOLVIDOS

Data de aceite: 01/08/2022

Maxwell Gonçalves Araújo
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás (IFG) – Câmpus Goiânia

Ana Cristina Gomes de Jesus
IFG – Câmpus Goiânia

Luciano Duarte da Silva
IFG – Câmpus Goiânia

Paulo Sebastião Ribeiro
IFG – Câmpus Goiânia

Franciane José da Silva
IFG – Câmpus Goiânia

RESUMO: O presente texto contempla o estado da arte e tem o objetivo de apresentar as pesquisas concluídas no curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Goiás – Câmpus Goiânia (LM–IFG) e no programa de Mestrado Profissional em Educação para Ciências e Matemática, também do IFG, Câmpus Jataí (MP–IFG), de 2010 à 2015, que tiveram como apoio metodológico o uso do *software* livre GeoGebra. Somaram-se um total de 7 trabalhos: 3 trabalhos de conclusão de curso e 4 dissertações. Os mesmos evidenciaram um papel preponderante do uso desta ferramenta metodológica, contribuindo de forma efetiva para o processo de ensino e aprendizagem do aluno, tornando o mesmo como um construtor do seu conhecimento. Nosso aporte teórico tem em Davydov e a Teoria do Ensino Desenvolvimental, desenvolvida a partir da perspectiva Histórico Cultural, seu maior expoente.
PALAVRAS-CHAVE: GeoGebra; Ensino de Matemática; Formação de Professores; Estado da Arte, Ensino Desenvolvimental.

ABSTRACT: The present text contemplates the state of the art and aims to present the research completed in the Mathematics Degree course at the Federal Institute of Goiás – Campus Goiânia (LM–IFG) and in the Professional Master's program in Science and Mathematics Education, also from IFG, Câmpus Jataí (MP–IFG), from 2010 to 2015, which had as methodological support the use of GeoGebra free software. A total of 7 works were added: 3 course conclusion works and 4 dissertations. They showed a preponderant role in the use of this methodological tool, effectively contributing to the student's teaching and learning process, making him/her a builder of his/her knowledge. Our theoretical contribution has in Davydov and the Theory of Developmental Teaching, developed from the Historical-Cultural perspective, its greatest exponent.
KEYWORDS: GeoGebra; Teaching Mathematics; Teacher training; State of the Art, Developmental Education.

1 I INTRODUÇÃO

Este artigo traz um mapeamento dos trabalhos produzidos (Trabalho de Conclusão de Curso (TCC); Dissertações e produtos), envolvendo o uso do *software* GeoGebra no IFG, dos cursos de LM–IFG e do MP–IFG.

Desde suas criações, nos inícios de 2010

e de 2012, respectivamente, a preocupação em *preparar profissionais que tenham domínio dos conteúdos em Matemática, bem como conhecimentos sobre técnicas, estratégias e metodologias apropriadas ao processo de ensino-aprendizagem*, objetivo citado na página[1] de apresentação do curso, tem sido norteadora de discussões, planejamentos, projetos e práticas no intuito de *formar professores capacitados para atividades de pesquisas no campo de atuação, em laboratórios de ensino e, sobretudo, na produção de materiais didáticos manipuláveis* (outro objetivo citado na mesma página), algo que o *software* GeoGebra cumpre com eficácia, levando-se em consideração a interatividade dos programas.

Esta perspectiva pedagógica teve início com as pesquisas do prof. Dr. Duelci Aparecido de Freitas Vaz, pesquisador ligado aos dois campi citados e orientador de trabalhos alicerçados teoricamente pelo Ensino Desenvolvimental de Vasili V. Davydov, o qual recebe apoio, desenvolve projetos e realiza uma troca de experiências com outros professores integrantes do Núcleo de Educação e Pesquisa em Educação Matemática do IFG – Câmpus Goiânia (NEPEM – IFG).

2 I O ENSINO DESENVOLVIMENTAL

A Teoria do Ensino Desenvolvimental, resulta dos estudos de Davydov. A mesma foi desenvolvida a partir da perspectiva Histórico Cultural, esta com seus princípios embasados no Materialismo Histórico Dialético (LIBÂNEO, FREITAS, 2006), inicialmente desenvolvido por Marx, cujas premissas geraram uma perspectiva particular atribuída a Vygotsky, onde se desenvolveu as bases do ensino desenvolvimental, a saber:

a) a aprendizagem se dá, inicialmente, do interpessoal para o intrapessoal;

b) o papel da escola é ensinar conceitos científicos;

c) a atividade precede a aprendizagem;

d) a história do objeto deve ser compreendida;

e) o caminho da boa aprendizagem é do abstrato para o concreto;

f) o processo descritivo não contempla a aprendizagem significativa;

g) a atividade deve atingir a essência do objeto;

h) o método decorre do conteúdo;

i) a motivação é importante para o ensino-aprendizagem dos conceitos científicos;

j) conhecendo seu aluno sócio-cognitivamente, o professor associa ciência e cultura.

Neste trabalho, discorre-se brevemente sobre as propostas realizadas nas pesquisas em foco. Particularmente, destaca-se a investigação matemática com o uso do *software* GeoGebra, principalmente, na essência do objeto estudado, um dos pressupostos do ensino desenvolvimental.

1 Disponível em: http://www.ifg.edu.br/goiania/index.php/matematicaa. Acesso em: 16 mar. 2016.

3 | TRABALHOS GERADOS

Nota-se certa urgência em discutir na graduação e na pós-graduação, de forma mais efetiva o uso das TIC's em especial a utilização do *software* livre GeoGebra, tendo como objetivo preparar melhor nossos futuros professores. É nítida a carência do aluno de licenciatura de uma formação adequada no uso das TIC's. Percebe-se que não é atingida a essência das questões metodológicas do ensino de Matemática por meio dessas tecnologias, algo que a utilização do GeoGebra pode ajudar a alcançar. Lembramos que o objetivo desse texto é evidenciar as contribuições desse *software* educacional no ensino de Matemática. A seguir, apresentamos 3 TCC e 4 dissertações, todas com este viés metodológico e com o apoio do GeoGebra.

3.1 Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC)

Nesse momento apresentamos, de forma sucinta, os TCC do curso de LM do IFG que tiveram como apoio o *software* GeoGebra. Foram três trabalhos até hoje, todos orientados pelo Prof.º Dr. Duelci Aparecido de Freitas Vaz:

> *1º. Título:* Uma sequência didática para o ensino da matemática usando o GeoGebra. Seu autor foi o aluno Paulo César de Jesus Cruvinel, com defesa pública realizada em 2014;
>
> *2º. Título:* Ensinando geometria analítica do terceiro ano com GeoGebra. Seu autor foi o aluno Fabrício Rodrigues Oliveira Cordeiro dos Santos, com defesa pública realizada em 2015;
>
> *3º. Título:* Investigação matemática com GeoGebra em uma propriedade dos polígonos. Seu autor foi o aluno Osni Oliveira de Freitas Filho, com defesa pública realizada em 2015.

Estas pesquisas tiveram uma abordagem qualitativa, realizadas com trabalho de campo, tendo como participantes alunos do ensino médio e superior do IFG, onde foram desenvolvidas propostas de ensino integrando o uso *software* GeoGebra e a aprendizagem significativa contextualizada na perspectiva de Davydov, seguindo os 4 passos da sequência didática proposta por Vaz (2012): Conjecturar, Experimentar, Formalizar e Generalizar. Chegaram ao final dos respectivos trabalhos, com resultados favoráveis ao aprendizado dos conteúdos matemáticos propostos. Observou-se que o *software* já citado, aliado ao referencial teórico, favoreceu o processo de aprendizagem, onde pode-se observar que os alunos participaram ativamente da construção do seu próprio conhecimento matemático, ou seja, saíram da posição de expectadores para a de construtores de conhecimentos.

3.2 Dissertações e produtos

Nessa mesma perspectiva, iremos apresentar, de forma resumida, as dissertações do PM do IFG que tiveram como apoio do mesmo *software*. Foram quatro, todas orientadas pelo Prof.º Dr. Duelci Aparecido de Freitas Vaz:

1º. Título: O *software* GeoGebra como elemento mediador na formação do conceito de polígonos semelhantes: um estudo na perspectiva do ensino desenvolvimental;

autora: Tattiana Fernandes de Oliveira Melo, com defesa pública realizada em 2014;

questão de pesquisa: "Como a mediação pedagógica baseada na utilização do *software* GeoGebra e na teoria histórico-cultural pode contribuir para o processo de formação do conceito de polígonos semelhantes em alunos do 1º ano do Ensino Médio?";

objetivos: elaboração e análise de atividades utilizando o *software* GeoGebra, envolvendo a formação do conceito de polígonos semelhantes;

conclusão: os alunos tiveram a oportunidade de se tornarem corresponsáveis pelo processo de construção do próprio conhecimento;

2º. Título: Formação de conceitos matemáticos: um estudo baseado na teoria do ensino desenvolvimental;

autor: Kliver Moreira Barros, com defesa pública realizada em 2014;

questão de pesquisa: "Quais as contribuições do Ensino Desenvolvimental aliado à Investigação Matemática com a utilização do *software* GeoGebra para a formação de conceitos matemáticos relativos ao cálculo de área e perímetro de figuras planas?";

objetivo: formação de conceitos matemáticos com o auxilio desse *software*;

conclusão: de acordo com as análises realizadas, pôde-se notar que os alunos conseguiram formar e internalizar os conceitos estudados de forma participativa, criativa e estimulante;

3º. Título: Investigação matemática com o GeoGebra no estágio como pesquisa do curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá;

autora: Claudimary Moreira Silva Oliveira, com defesa pública realizada em 2014;

questões de pesquisa: "A mediação pedagógica dos estagiários do quarto ano do curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá, em 2014, possibilitou a Investigação Matemática em sala de aula? Como realizar a mediação entre a pesquisa e a formação docente por meio do Estágio Supervisionado?";

objetivos: interpretar a mediação pedagógica dos estagiários do curso de Licenciatura em Matemática, buscando identificar as peculiaridades da Investigação Matemática em sala de aula e analisar o Estágio Supervisionado enquanto mediação entre a pesquisa e a formação docente;

conclusão: o trabalho desenvolvido possibilitou aos acadêmicos a oportunidade de refletir sobre o ensino de Matemática, sobre a metodologia de Investigação Matemática, sobre o uso dos *softwares* educacionais, em especial o GeoGebra, como recursos de ensino e aprendizagem, por meio da vivência das suas primeiras

experiências na sala de aula em um contexto desafiador;

4º. Título: Percepções de professores de matemática relativas ao uso das tecnologias de informação e comunicação: análise de uma investigação-ação envolvendo o GeoGebra;

autora: Lydianne Gomes de Assis Ferreira Vilela, com defesa pública realizada em 2014;

questão de pesquisa: "Quais as percepções sobre o processo de aprender e ensinar, utilizando-se o GeoGebra e as TIC's, ocorreram durante uma investigação-ação, resultante da formação continuada realizada com professores de matemática?";

objetivo: analisar as percepções dos participantes dessa ação formativa relativas ao uso das TIC's e do GeoGebra nas aulas de matemática;

conclusão: os professores percebem a importância do uso das mídias na educação, mas não sabem como usá-las a serviço do ensino da matemática. A ação formativa proposta contribuiu para orientá-los nesse sentido.

4 | CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho em foco trouxe ao debate as pesquisas realizadas nos anos de 2010 a 2015 do IFG dos cursos de LM e PM nos quais se evidenciou a importante contribuição que o *software* Geogebra traz para ensino de matemática o que possivelmente deve atrair novos olhares para futuras pesquisas com esse viés.

Feito o levantamento bibliográfico dos trabalhos citados, por meio dos resumos e palavras-chave, encontramos um total de sete trabalhos publicados que usaram o *software* GeoGebra como ferramenta mediadora do conhecimento matemático, e esta articulação, fundamentada teoricamente pelo ensino desenvolvimental, promoveu um processo de ensino e aprendizagem efetivo, onde os participantes se fizeram copartícipes da construção do conhecimento matemático, aliados aos 4 passos propostos por Vaz (2012).

Conclui-se que o *software* auxiliou os alunos a fazerem conjecturas, formalizarem conceitos, além de ter atuado como mola propulsora no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, fato demonstrado pela motivação nas atividades propostas.

REFERÊNCIAS

BARROS, K. M. *Formação de conceitos matemáticos: um estudo baseado na teoria do ensino desenvolvimental*. 2014. Dissertação. Programa de Mestrado Profissional em Educação para Ciências e Matemática do IFG, Jataí. 2014.

CRUVINEL, P. C. J. *Uma sequência didática para o ensino da matemática usando o GeoGebra*. Monografia. 2014. 32f. Curso de Licenciatura em Matemática do IFG, Goiânia, 2014.

DAVYDOV, V. V. *Tipos de generalización em la enseñanza*. Habana: Pueblo y Educación, 1982.

FILHO, F. O. O. *Investigação matemática com GeoGebra em uma propriedade dos polígonos*. Monografia. 2015. Curso de Licenciatura em Matemática do IFG, Goiânia, 2014.

LIBÂNEO, J. C.; FREITAS, R. A. M. M. *Vygotsky, Leontiev, Davydov: três aportes teóricos para a Teoria Histórico-Cultural e suas contribuições para a Didática*. CONGRESSO BRASILEIRO DE HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO, 4., 2006, Goiânia. *Anais.* Gôiania,2006. Disponível em: <http://www.sbhe.org.br/novo/congressos/cbhe4/individuais-coautorais/eixo03/Jose%20Carlos%20Libaneo%20e%20Raquel%20A.%20M.%20da%20M.%20Freitas%20-%20Texto.pdf>. Acesso em: 06 abr. 2016.

OLIVEIRA, C. M. S. *Investigação matemática com o GeoGebra no estágio como pesquisa do curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá*. 2014. 130. Dissertação. Programa de Mestrado Profissional em Educação para Ciências e Matemática do IFG, Jataí. 2014.

MELO, T. F. O. *O software GeoGebra como elemento mediador na formação do conceito de polígonos semelhantes: um estudo na perspectiva do ensino desenvolvimental*. 2014. 158 f. Dissertação. Programa de Mestrado Profissional em Educação para Ciências e Matemática do IFG, Jataí. 2014.

SANTOS, F. R. O. C. *Ensinando geometria analítica do terceiro ano com GeoGebra*. 2015. 60f. Curso de Licenciatura em Matemática do IFG, Goiânia, 2015.

VAZ, D. A. de F. *Experimentando, conjecturando, formalizando e generalizando: articulando investigação matemática com o Geogebra*. Goiânia, v. 15, n. 1, p. 39-51, jan./jun. 2012.

VILELA, L. G. A. F. *Percepções de professores de matemática relativas ao uso das tecnologias de informação e comunicação: análise de uma investigação-ação envolvendo o GeoGebra*. 2014. 329f. Dissertação. Programa de Mestrado Profissional em Educação para Ciências e Matemática do IFG, Jataí. 2014.

CAPÍTULO 13

ALGUMAS DIFICULDADES EVIDENCIADAS NA PRÁTICA PEDAGÓGICA DOS PROFESSORES INICIANTES DE MATEMÁTICA

Data de aceite: 01/08/2022

Emerson Batista Ferreira Mota
Universidade do Estado de Minas Gerais
https://orcid.org/0000-0001-6705-6322

RESUMO: Este artigo pretende realizar um estudo das dificuldades evidenciadas na prática pedagógica de professores iniciantes em matemática. O objetivo é identificar e analisar as dificuldades e o modo como são enfrentadas por dois professores iniciantes egressos em um curso de matemática e suas práticas pedagógicas nas séries finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio da rede pública. A metodologia a ser utilizada segue uma abordagem qualitativa e método descritivo e procedimental do tipo estudo de caso. O instrumento utilizado a priori para coleta de dados foi o questionário com perguntas fechadas e abertas, envolvendo estes egressos do curso no período compreendido entre 2016 a 2019. O questionário proporcionará dados para uma primeira aproximação do objeto de estudo visando obter as percepções dos sujeitos sobre as suas dificuldades e o modo como as enfrentam no início da carreira docente. A análise inicial dos dados, dar-se-á, mediante a identificação de categorias emergentes para tratamento analítico e interpretativo dos dados obtidos das perguntas abertas.

PALAVRAS-CHAVE: Dificuldades, superação, prática pedagógica, professor iniciante de matemática.

ABSTRACT: This article intends to carry out a study of the difficulties evidenced in the pedagogical practice of beginning mathematics teachers. The objective is to identify and analyze the difficulties and the way in which they are faced by two beginning teachers graduated from a mathematics course and their pedagogical practices in the final grades of Elementary School and High School in the public network. The methodology to be used follows a qualitative approach and a case study procedural method. The instrument used a priori for data collection was the questionnaire with closed and open questions, involving these course graduates in the period between 2016 and 2019. The questionnaire will provide data for a first approximation of the object of study in order to obtain the subjects' perceptions about their difficulties and the way they face them at the beginning of their teaching career. The initial analysis of the data will take place through the identification of emerging categories for analytical and interpretive treatment of the data obtained from the open questions.

KEYWORDS: Difficulties, overcoming, pedagogical practice, beginning mathematics teacher.

INTRODUÇÃO

O presente artigo tem como foco de estudo os professores iniciantes, egressos do curso de Licenciatura Plena em Matemática, e visa evidenciar as dificuldades que enfrentam na prática profissional nos primeiros três anos

de docência, período considerado pela literatura (VEENMAN, 1984; 1988 e HUBERMAN, 1989) como o início da carreira docente e que corresponde a um período marcado por dificuldades e conflitos.

A motivação por este estudo tem, como ponto de partida, a minha trajetória acadêmica e profissional, pois procurei situar as minhas inquietações, inicialmente, na graduação, por meio do estágio supervisionado obrigatório como disciplina do curso e das experiências como monitor de matemática para o Ensino Médio. Posteriormente, profissionalmente vivenciando, na prática, dois momentos: o primeiro, ainda em formação, dos desafios a serem enfrentados como professor iniciante de matemática na Educação Básica e, em seguida, como professor universitário. A partir do vivido, busquei uma aproximação com o objeto de estudo desta pesquisa, sob um olhar teórico-prático, por meio das produções investigativas sobre as dificuldades evidenciadas na prática pelo professor de Matemática, no início da sua carreira.

Nesse contexto, este artigo constitui um dos vários olhares acerca do trabalho pedagógico dos professores iniciantes, ex-alunos do curso de Licenciatura Plena em Matemática, graduados pela Universidade Estadual de Minas Gerais, unidade Passos (UEMG/PASSOS), a partir do ano de 2016, a fim de evidenciar as dificuldades enfrentadas na prática profissional nos primeiros três anos como professor de Matemática, período considerado aqui como início da carreira docente. Buscou-se, ainda, refletir sobre a prática pedagógica do professor iniciante, a possibilidade de ampliar as análises sobre a docência e apontar perspectivas para a Universidade refletir sobre a formação dos professores de Matemática.

REFERENCIAL TEÓRICO

Os dilemas vivenciados pelos professores iniciantes, um deles, o choque do real, apontado por Huberman (1995), como sendo a transição da formação inicial para o exercício efetivo de sua prática em sala de aula. Nesse momento, são frequentes suas dúvidas, incertezas e inseguranças. Todas essas dificuldades evidenciadas estão associadas ao choque do real apontado também pela análise de Veenman (1998) sobre a formação inicial e continuada, perspectivas e problemas do trabalho docente.

As dificuldades, segundo VEENMAN (1984, p. 152), “foram classificadas de acordo com sua importância e ordem, não sendo uma tarefa difícil, pois os professores investigados responderam em ordem de dificuldade”. Sabe-se que os valores enumerados do *ranking* no quadro revelam o grau de incidência das dificuldades elencadas dos professores no início da carreira docente, assim, o *ranking* 1 representa a maior dificuldade encontrada dos professores, e o *ranking* 24 a menor dificuldade, conforme o Quadro 1.

Rank	Dificuldades	Rank	Dificuldades
1	Disciplina em sala	13	Políticas escolares e suas regras
2	Motivação dos alunos	14	Avaliar a aprendizagem dos alunos
3	Lidar com diferenças individuais	15	Domínio do conteúdo da disciplina
4	Avaliação dos trabalhos dos alunos	16	Trabalho administrativo
5	Relação com os pais	17	Relação com os colegas
6	Organização dos trabalhos na classe	18	Recursos escolares inadequados
7	Materiais insuficientes	19	Lidar com alunos em dificuldades
8	Lidar com dificuldades individuais dos alunos	20	Lidar com alunos de culturas diversas
9	Excesso de aulas e pouco tempo de prepará-las	21	O uso de livros e guias curriculares
10	Relação com os colegas	22	Falta de tempo livre
11	Planejamento das aulas	23	Orientações inadequadas
12	Uso de metodologias diferenciadas	24	Excesso de alunos em sala de aula

Quadro 1 – Ranking das dificuldades de professores iniciantes evidenciadas

Fonte: Veenman (1984, p. 154-155).

Optou-se, assim, por usar o *ranking* para orientar algumas discussões nesse artigo. Com isso, foram feitas algumas adaptações desse quadro, com a intenção de usar as duas primeiras colunas para realizar um estudo comparativo dos dados a serem obtidos no presente artigo. Ressalta-se que as dificuldades apontadas no Quadro 1 são de professores europeus.

Em referência ao *ranking*, algumas reflexões sobre dificuldades emergiram, a partir da minha prática enquanto professor iniciante de Matemática, por meio da realização do estágio, como os distanciamentos nas relações dicotômicas entre teoria e prática, conhecimentos específicos e pedagógicos, universidade e escola. Experienciar essa prática em sala de aula, ainda em formação, foi determinante para repensar meu papel e atuação enquanto docente frente aos problemas emergentes nesse contexto, assim como compreender de que forma seria possível superá-los ainda no início da carreira.

Conforme aponta Veenman (1984), os sentimentos de insegurança, angústia, incerteza, medo, falta de experiência, dentre outros, são dilemas e dificuldades enfrentadas pelo professor ao deparar-se com a realidade. Este é considerado como sendo um período traumático e dramático: a transição da formação de professor para os primeiros anos de profissão docente é definida pelo autor como "choque de realidade". Segundo ele, as dificuldades enfrentadas pelos novatos são definidas como um problema "que o professor iniciante encontra no desempenho de sua tarefa, onde seus objetivos, suas intenções podem ser retardadas ou impedidas" (VEENMAN, 1988, p. 147).

Todos os problemas apontados anteriormente podem ser superados pelos iniciantes

quando na prática do professor de Matemática, de acordo com Tardif (2019), os saberes por eles mobilizados, suas vozes e subjetividades são elementos determinantes para uma aproximação entre o que se ensina na formação inicial no âmbito da teoria e o que se aprende na prática docente. Os conhecimentos específicos e didáticos pedagógicos dos currículos das licenciaturas, em especial de Matemática, parecem não dialogar quando colocados em prática nos espaços escolares sob o trabalho dos professores em exercício.

Em relação a isso, repensar a formação inicial dos professores de Matemática, na tentativa de aproximar as dicotomias Universidade e Escola, conhecimentos específicos e pedagógicos, teorias e práticas são possibilidades de diálogos com o trabalho do professor e suas relações com o processo de ensino e de aprendizagem. Nessa direção, Tardif (2019), afirma:

> O trabalho dos professores de profissão deve ser considerado como um espaço prático específico de produção, de transformação e de mobilização de saberes e, portanto, de teorias, de conhecimentos e de saber-fazer específicos ao ofício de professor. Um sujeito do conhecimento, um ator que desenvolve e possui sempre teorias, conhecimentos e saberes da sua própria ação (TARDIF, 2019, p. 234-235).

Conhecimentos adquiridos ao longo da formação inicial que não vão ao encontro da prática docente são considerados, segundo o autor, concepções dicotômicas desprovidas de saberes e de ações divergentes das propostas curriculares dos cursos de graduação. Assim sendo, corroborando com as ideias do autor, compreendemos que cabe às Universidades repensarem seu papel de formação, em especial das Licenciaturas em Matemática, revendo sua postura e concepção tradicional, reconhecendo que não se produz conhecimento sem prática, sem ações e saberes, troca de experiências e, principalmente, sem o protagonismo, as vozes e a subjetividade do professor.

Nesse sentido, o diálogo entre estes dois mundos Universidade e Escola e suas relações colaborativas parece ser a melhor alternativa ou espaços para discutir, repensar e refletir sobre dificuldades enfrentadas, concepções de aprendizados na/para/da prática dos professores iniciantes, conforme aponta Smith e Lytle (1999). As autoras definem a concepção de aprendizado na prática, aqueles adquiridos e mobilizados por meio de conhecimento prático ou nas reflexões que os professores fazem sobre sua prática.

Pressupõe, portanto, que os professores no exercício da profissão aprofundam em seus próprios conhecimentos e, conforme as autoras, "e usma a capacidade de fazer julgamentos, ou de desenhar ricas interações na sala de aula" (p. 1). Nesta concepção, emergem as dificuldades evidenciadas na prática pedagógica dos professores iniciantes de Matemática.

Em relação às outras duas concepções, apontadas por Smith e Lytle (1999), os aprendizados "para a prática" são aqueles em que o futuro professor adquiriu durante sua formação inicial, ou seja, conhecimento formal e teorias, gerados pelos professores

formadores para melhorar a sua prática profissional, nesse caso, aprendizagem que irá gerar conhecimento sobre conteúdos Matemáticos que reverberam na aprendizagem dos alunos.

Dessa maneira, oportunizar ao futuro professor de Matemática, investigar e problematizar temas, não apenas voltados a um currículo engessado, técnico e rigoroso, mas também de seu interesse, sendo este protagonista de suas narrativas históricas, pode contribuir para a uma prática educativa e reflexiva, especialmente sobre as dificuldades inerentes a ela no início da carreira. Tornar-se professor é experienciar e internalizar modos de produzir e viver a prática educativa (FIORENTINI, 2009).

METODOLOGIA DE PESQUISA

A pesquisa em Educação Matemática tem sido utilizada para tentar compreender o que ocorre nos ambientes que envolvem os professores, alunos e a sala de aula. Ela tem sinalizado caminhos alternativos e seguros para enfrentar ou tratar os problemas que ocorrem nesses ambientes (FIORENTINI; LORENZATO, 2012). Quando o objeto de estudo de uma pesquisa requer a coleta de informações obtidas diretamente na realidade em que ocorre o desenvolvimento de uma prática e busca-se a opinião ou percepção dos sujeitos acerca de um problema específico, a abordagem investigativa que melhor se encaixa para realizar a investigação é a da pesquisa qualitativa de caráter descritivo, conforme Fiorentini e Lorenzato (2012):

> Uma pesquisa é considerada ***descritiva*** quando o pesquisador deseja descrever ou caracterizar com detalhes uma situação, um fenômeno ou um problema. Geralmente esse tipo de investigação utiliza a observação sistemática (não etnográfica) ou a aplicação de questionários padronizados, a partir de categorias previamente definidas. (FIORENTINI; LORENZATO, 2012, p. 70, grifo dos autores).

Assim, entende-se que o propósito deste artigo está atrelado a uma preocupação com o significado, buscando captar a maneira própria ou singular de como cada sujeito se vê e enxerga o mundo em que vive, como é o caso da iniciação à docência e das dificuldades vividas por cada professor nesse processo. Além disso, essa investigação assume a caracterização de um estudo de caso, que “é uma categoria de investigação cujo objeto é uma unidade que se analisa em profundidade” (TRIVIÑOS, 1987, p. 133). O caso a ser aprofundado terá como princípio dois requisitos básicos: ser professor iniciante de matemática e estar exercendo o trabalho docente na Educação Básica, tanto em escolas de ensino das redes públicas quanto privadas.

DESCRIÇÃO E ANÁLISE DE DADOS

Percebe-se, de maneira geral, que a maioria dos egressos da (UEMG/PASSOS)

é do sexo masculino, com idade aproximadamente entre 21 a 29 anos, concluíram a graduação em 2017, iniciou sua carreira docente após sua formação, como professor em escola pública, com apenas um ano de experiência em sala de aula. Suas motivações pela escolha do curso se deram por terem afinidade e facilidade com a matemática.

As análises a seguir referem-se às dificuldades enfrentadas pela professora iniciante de Matemática, cujo codinome adotado nesse artigo é Olga. Todos os problemas evidenciados por ela são relevantes sob o ponto de vista do enfrentamento e superação como aspectos contributivos para a prática docente.

Nesse sentido, destacamos a fala da professora Olga, efetiva da rede pública do Estado de Minas Gerais, em resposta ao questionário sobre suas dificuldades no início da carreira. Dentre todas elas mencionadas anteriormente, as contribuições das disciplinas oferecidas pela Licenciatura em Matemática da UEMG/Passos para sua prática docente foram focadas, com maior ênfase, nos saberes acadêmicos matemáticos desprovidos de aplicações práticas para a educação básica. Segundo ela:

> "Aprendi muitas demonstrações de teoremas interessantes, Álgebra, Cálculo, Análise, Geometria Analítica dentre outras disciplinas específicas, todas importantes para a minha formação em matemática, porém com pouquíssima relação, agora percebendo na prática, com os saberes escolares. Não entendo porque as disciplinas que eu cursei como prática de formação, estágio supervisionado, atividades acadêmicas científicas culturais, metodologia do ensino de matemática, oficinas pedagógicas para o ensino de matemática, projeto de ensino de matemática, as que eu lembrei agora, dentre outras, não oportunizaram momentos de discussão e reflexão sobre os conhecimentos específicos de matemática com os conteúdos que iriamos ensinar para nossos alunos na sala de aula" (OLGA, 2021, resposta da professora iniciante ao questionário).

Ao refletir sobre a formação adquirida e a sua prática de sala de aula, a professora reforça a falta de superação dicotômica entre os conteúdos acadêmicos ensinados na licenciatura de matemática e os saberes escolares a serem aprendidos pelos alunos, em especial os da região do interior de Minas Gerais. Portanto, esses distanciamentos entre teoria e prática não lhe proporcionou aprendizados suficientes para lidar com as situações enfrentadas no início de sua carreira, como principiante na rede estadual de educação básica em Minas Gerais, acarretando à professora Olga os sentimentos de medo, insegurança e, consequentemente, estresse.

De acordo com os estudos da pesquisadora Camargo (1998), os professores iniciantes apresentam dificuldades em relacionar suas aprendizagens acadêmicas com as demandas da prática docente. Segundo ela, é frequente o número de professores nessa fase da carreira com dificuldades "no domínio do saber profissional tanto conceitual quanto curricular e pedagógico relativo aos conteúdos dos Ensinos fundamental e Médio" (p. 73). Com relação a isso, percebemos como os formadores de professores de Matemática, especialmente de disciplinas específicas, exercem na formação dos futuros professores.

Corroborando com essa ideia, a autora destaca:

> O professor das disciplinas específicas deve ter consciência de que ele também contribui para a formação didático-pedagógica do futuro professor, pois este professor veicula, de forma mais direta que os professores das áreas pedagógicas, um modo de explorar e encarar o conhecimento matemático e o científico (CAMARGO, 1998, p. 73).

Em consonância parcial com os relatos da professora Olga, o professor Abel iniciou sua prática profissional, ainda em processo de formação inicial, por meio de contratos temporários na rede pública de ensino para a educação básica no estado de MG. Segundo ele:

> Desenvolver o currículo escolar na sala de aula foi uma dificuldade média, uma vez que a universidade proporcionou na minha formação intelectual uma aprendizagem técnica de muitas demonstrações matemáticas, porém distante dos conteúdos que eu estava ensinando na escola, ou seja, como ensinar produtos notáveis, sem regras, na prática e que fizesse sentido para meu aluno! Esse é apenas um pequeno exemplo. A universidade também contribuiu para aquisição do meu diploma (ABEL, 2021, resposta do professor iniciante ao questionário).

Percebemos, na fala do professor Abel, algo próximo do que Olga já havia destacado: a falta de conexão entre os conteúdos específicos estudados na licenciatura com aqueles ensinados na escola. Ao mencionar a forma de ensinar, para seus alunos, os produtos notáveis, fica evidenciado em sua prática o paradigma do exercício, modelo baseado em repetições e no uso de regras ao realizar uma tarefa específica desprovida de explorações e investigações sobre o objeto de estudo, podendo comprometer a aprendizagem dos alunos.

Os relatos dos dois professores quanto ao domínio dos saberes específicos de matemática para a prática, com base em Cochran-Smith e Lytle (1999), não são suficientes para atender às necessidades dos professores em face da complexidade da prática de ensinar e aprender nas escolas, em seus múltiplos contextos e realidades. Assim, situar a complexidade do desenvolvimento profissional no início da carreira perpassa pelos espaços escolares, bem como seus pares e estabelece os desafios que vão ao encontro das práticas pedagógicas dos professores de matemática e à necessidade de superá-las.

As dificuldades de como ensinar os objetos matemáticos aos alunos na perspectiva pedagógica, reveladas por Abel e Olga, são comuns aos professores iniciantes nessa fase da carreira e, para tanto, fundamentadas nos estudos de Shulman (1986), que conceitua a categoria conhecimento do conteúdo pedagógico como forma de ensinar um determinado conteúdo de maneira que o aluno possa compreender. A iniciação docente traz consigo a mobilização de diferentes saberes. Notamos que os saberes da experiência têm sua origem na prática cotidiana do professor em confronto com as condições da profissão e, deste confronto com o vivido, é que o sujeito vai ressignificando seus saberes (TARDIF, 2013).

Nesse sentido, percebemos que a universidade tem um papel inicial na orientação e formação do trabalho dos professores iniciantes, pois o aporte teórico construído na aprendizagem desses professores nas interações das aulas ainda serve de referência. Segundo eles, ensinar os conteúdos específicos de matemática não foram grandes problemas a serem enfrentados na prática, no entanto, como ensinar estes conteúdos de forma conceitual e semântico se apresentaram como dificuldades a serem superadas.

Em face a estes problemas narrados em sua prática docente escolar, fica evidente, e revelado nesse contexto, que a Graduação não contribuiu para o enfrentamento dessas dificuldades específicas, somente nos aspectos de conhecimentos teóricos, pois, segundo eles, "na prática a realidade é muito diferente do que nos é ensinado na Universidade".

CONCLUSÕES

Este artigo se apresenta como uma possibilidade de ampliar e sistematizar as análises sobre as dificuldades enfrentadas, tendo como foco as dificuldades no início da carreira docente do professor de Matemática, suas relações com a formação inicial e continuada, além das formas viáveis para superá-las.

Percebe-se uma necessidade de aproximação entre Universidade e Escola para discutirem os reais problemas que emergem na prática profissional docente sobretudo por meio de iniciativas ou políticas públicas a favor dos principiantes no enfrentamento desses problemas.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Lei nº 9. 394, de 20 de dezembro de 1996. **Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Diário Oficial da União. Brasília, nº248, 23/12/1996.

BRASIL. Lei nº10. 172, de 09 de janeiro de 2001. **Plano Nacional de Educação**. Diário Oficial da União. Brasília, 10/01/2001.

CAMARGO, M. P. D. V. de. **A reflexão de estudantes a professores da UNIMEP sobre a sua formação profissional em Matemática e Ciências: subsídios para um novo projeto pedagógico.** Piracicaba: Universidade Metodista de Piracicaba, 1998. (Dissertação, Mestrado em Educação).

COCHRAN-SMITH, M.; LYTLE, S. L. Relationships of Knowledge and Practice: teacher learning in communities. **Review of Research in Education**, USA, 24, p. 249-305, 1999.

CUSATI, I. C. **Aprendendo a ensinar Matemática no exercício da profissão: um estudo das fases inicial e final da carreira docente**. São Carlos: Universidade Federal de São Carlos, 1999. (Dissertação, Mestrado em Educação).

ESTEVE, L. M. Mudanças sociais e função docente. IN: NÓVOA, A. (org.). **Profissão professor.** Porto: Porto Editora Ltda., 1995. p.93-124.

FIORENTINI, D. Apresentação: Em busca de novos caminhos e de outros olhares na formação de professores de Matemática. In: FIORENTINI, D. (Org.). **Formação de professores de matemática: explorando novos caminhos com outros olhares**. Campinas: Mercado de Letras, 2003, p. 7-16.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. 2ed. Campinas: Autores Associados, 2009. 240 p.

FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. Mapeamento da Pesquisa Acadêmica Brasileira sobre o Professor que Ensina Matemática: período 2001-2012. São Paulo: Campinas, Unicamp, 2016.

FREITAS, M. T. M.; FIORENTINI, D. Investigar e Escrever na Formação Inicial do Professor de Matemática. In: FIORENTINI, D.; GRANDO, R. C.; MISKULIN, R. G. S. (org.). **Práticas de Formação e de Pesquisa de Professores que Ensinam Matemática**. São Paulo: Campinas, 2009, pp. 77-99.

GATTI, Bernardete A, BERNARDES, Nara M.G. Concluintes de cursoso de formação de professores a nível de segundo grau: avaliação de habilidades. CP, p.39-110, mar. 1977.

HUBERMAN, M. **O ciclo de vida profissional dos professores**. IN: NÓVOA, A. (org.). Vidas de professores. 2.ed. Porto: Porto Editora Ltda., 1995. p.31-61.

MOTA, E. B. F.; MARTINS JÚNIOR, J. C.; FIORENTINI, D. Dificuldades evidenciadas na prática pedagógica de professores iniciantes em matemática. SILVA, A. J. N.; VIEIRA, A. R. L. (Orgs.). **Incompletudes e contradições para os avanços da pesquisa em matemática** 3. Ponta Grossa: Atena, 2021, p. 1-15.

SHULMA, L. **Those who understand: knowledge growth in teaching**. Educational Researcher vol. 15, nº 2. Fevereiro, 1986, pp. 4-14.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional.** 15. ed. Petrópolis: Vozes, 2013.

TRIVIÑOS, Augusto Nibaldo Silva. **Três enfoques na pesquisa em ciências sociais: o positivismo, a fenomenologia e o marxismo**. 1987.

VEEMAN, S. (1984). **El Proceso de llegar a Ser Profesor: un análisis de la formación inicial**, in. A. VILLA (coord.), Problemas e Perspectivas de la Funcion Docente, Madrid, Narcea.

CAPÍTULO 14

A APLICAÇÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA FACILITADORA NO PROCESSO DE ENSINO APRENDIZADO DE GRANDEZAS E MEDIDAS PARA O 6° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Data de aceite: 01/08/2022
Data de submissão: 05/07/2022

Keliton Cavalcante Pinheiro
Universidade do Estado do Pará
Moju - Pará
http://lattes.cnpq.br/9065625588924076

Lorrayne Cristina Carvalho de Souza
Universidade do Estado do Pará
Moju - Pará
http://lattes.cnpq.br/4762112935390116

Thiago Ferreira Rodrigues
Universidade do Estado do Pará
Moju - Pará
http://lattes.cnpq.br/3166216171463391

Larisse Lorrane Monteiro Moraes
Universidade do Estado do Pará
Moju - Pará
http://lattes.cnpq.br/0559548589731720

RESUMO: O presente artigo faz uma abordagem sobre o uso da seguinte tendência, História da Matemática, pois entendemos que essa estratégia de ensino auxilia de forma ampla à docência a qual escolhemos como objeto de conhecimento de nosso trabalho. Dessa forma, nosso objetivo se fundamenta na apresentação de uma proposta voltada para o ensino sobre as noções de Grandezas e Medidas trabalhadas no 6° ano do ensino fundamental. Os principais autores que fundamentam nosso trabalho são: Souza, Silva e Carvalho (2010) e Brasil (2018). Nossa pesquisa, está situada na construção de uma revisão integrativa que possui a finalidade analisar as publicações referentes ao uso da tendencia história da matemática, sintetizando, de maneira organizada os materiais de interesse trabalhados em nosso artigo, onde nosso público alvo é justamente os docentes atuantes em sala de aula, esperamos diante dessa atividade acadêmica, contribuir enquanto futuros docentes com o processo de ensino e aprendizagem de nossos alunos.

PALAVRAS-CHAVE: Tendência, matemática, história, aprendizagem.

THE APPLICATION OF THE HISTORY OF MATHEMATICS AS A FACILITATING TOOL IN THE PROCESS OF TEACHING LEARNING OF GREATNESS AND MEASURES FOR THE 6TH YEAR OF ELEMENTARY SCHOOL

ABSTRACT: This article approaches the use of the following trend, History of Mathematics, because this teaching strategy is an auxiliary tool in the object of knowledge which was worked on in our article. In this way, our objective is based on the presentation of a proposal aimed at teaching the notions of Quantities and Measures worked on in the 6th year of elementary school. The main authors that support our work are: Souza, Silva and Carvalho (2010) and Brasil (2018). Our research is situated in the construction of an integrative review that has the purpose of analyzing the publications referring to the use of the history of mathematics trend, synthesizing, in an organized way, the materials of interest worked in our article, where our target audience

is precisely the active teachers. In the classroom, we hope, in view of this academic activity, to contribute as future teachers to the teaching and learning process of our students.
KEYWORDS: Trend, mathematics, history, learning.

1 I INTRODUÇÃO

O processo de ensino e aprendizagem e seus procedimentos educacionais, se dão de forma mutáveis, ou seja, isso quer dizer que a sociedade está amplamente fundida aos meios pedagógicos de ensino recorrentes dentro do ambiente escolar, e isso influi para que, possamos perceber que hoje, o presente ensino tradicional se encontra cada vez menos eficiente a realidade educacional, a qual, estamos inseridos.

Nesse sentido, emergiu a necessidade de buscar desenvolver o presente artigo, nossa instigação se deu afim de responder a seguinte situação problema, “Como a aplicação da tendência, história da matemática, pode facilitar o ensino de Grandezas e Medidas no 6º ano do ensino fundamental?”. Delimitamos como objeto de estudo o conteúdo de Grandezas e Medidas, pois entendemos que esse assunto é trabalhado de forma mecânica e linear dentro do espaço escolar, por ser um assunto inicial, sua aprendizagem parcial traz como consequência, o não desempenho de futuras habilidades e competências desenvolvidas pelo aluno no campo escolar.

Nesse viés, nossa proposta tem por finalidade avançar com o conhecimento do aluno e auxiliar de forma significativa na nossa formação quanto futuros docentes, pois percebemos a necessidade que se faz de se adequar ao cenário educacional brasileiro que vivência, infelizmente, uma espécie de “sucateamento” de aprendizagem e recursos.

O objetivo geral desta pesquisa foi apresentar uma proposta de ensino sobre as noções de Grandezas e Medidas, construída através do uso da História da Matemática no 6º ano do ensino fundamental. Em contrapartida, os objetivos específicos foram: abordar de maneira objetiva e clara o objeto de conhecimento trabalhado em sala de aula; facilitar o processo educacional através da utilização da tendência; mostrar como estimular o aluno ao desenvolvimento cognitivo acerca do conteúdo de grandezas e medidas. Para tal feito, utilizamos como mecanismo para a construção de nossa metodologia a tendencia história da matemática.

2 I TENDÊNCIAS METODOLÓGICAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

As tendências matemáticas são parte de um processo de reformulação mediante a realidade que se encontra o ambiente escolar, isso quer dizer, que os recursos, os meios pedagógicos, as ferramentas e teorias trabalhadas nesse campo da educação, constantemente passam por um processo, o qual, que necessitam ser moldadas para assim dá o devido suporte a educação brasileira.

Nesse sentido, esses recursos adentram o ambiente escolar e proporcionam para

esse meio a inovação de uma aula mediada em volta de recurso interativos que possibilitam uma ampla participação dos alunos, fazendo com que esses assumem o papel de agentes ativos no processo de construção do conhecimento a ser ministrado. Segundo Araújo, Miranda e Silva (2019, p. 10),

> Consideramos o conhecimento e uso dessas tendências para o ensino de matemática como uma fuga à educação tradicional que tão pouco é eficiente, ainda mais se tratando de uma disciplina como a Matemática que não costuma estar entre as preferidas pelos alunos. É válido ao professor pesquisar além sobre cada uma e buscar utilizá-las com as adaptações necessárias ao seu contexto, acompanhando os alunos e os estimulando.

Com isso, nesse capítulo, nossa finalidade se faz a partir do intuito de apresentar os aspectos, as contribuições e a importância de se fazer o uso dessas tendências mediante ao ambiente escolar. A seguir faremos a abordagem de cada uma delas as quais são: jogos matemáticos, resolução de problema, modelagem matemática, investigação matemática, etnomatemática, Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) e a história da matemática, sendo esta última, a tendência utilizada como ferramenta para a construção de nosso artigo.

Dentre as tendências matemáticas, encontra-se o uso dos jogos matemáticos, que são recursos alternativos educativos, que possibilitam o desenvolvimento de certas aprendizagens comportamentais, além de, ser um meio pedagógico que busca auxiliar de forma abrangente a construção do conhecimento matemático. De certo, essa tendência traz para o ambiente escolar a suavidade de se ensinar, além de despertar de forma leve e lúdica o interesse do aluno sobre o conhecimento de determinado assunto a ser mediado.

A resolução de problemas matemáticos, é o recurso metodológico que suscinta para que o aluno desenvolva o estimulo facilmente por determinado assunto, além de instigar aquele aluno a curiosidade por buscar resolver soluções diversas moldadas a partir da aplicabilidade do conteúdo ministrado Araújo, Miranda e Silva (2021).

A modelagem matemática é uma estratégia de ensino voltada para a criação do modelo matemático dentro de sala de aula, essa tendência possibilita que professor e aluno juntos trabalhem para a construção do conteúdo matemático, no qual os conjuntos de procedimentos se vinculam no objetivo de tentar explicar matematicamente a relação entre a formalização e os fenômenos decorrente do dia a dia do aluno. Burak (1992, p.62)

Já a investigação matemática, é o modelo no qual, se fundamenta na necessidade do desenvolvimento do pensar matemático, propondo assim, que o aluno possa vir a construir seu próprio aprendizado, sendo ele o responsável pela construção de seu conhecimento Araújo, Miranda e Silva (2021).

Uma das tendências muita utilizadas perante o processo educativo, está a etnomatemática, essa estratégia de ensino está voltada para compreensão e valorização da existência do conhecimento matemático vivenciado por artesões, pedreiros, comerciantes,

ribeirinhos entre outros, em seu próprio saber do mundo, em diversos aspectos, costumes e culturas. Estudo esse enriquecedor por fazer a relação entre o conhecimento formal e informal dentro de sala de aula Araújo, Miranda e Silva (2021).

Umas das tendências bastantes atraentes para se ensinar o conteúdo de grandezas e medidas, são justamente as (TICs) tecnologia de informação e comunicação, sabemos que esse recurso, foi a ferramenta que proporcionou para que a docência viesse a ser mediada durante o período pandêmico o qual vivemos. Nesse viés, fazer o uso desse recurso educacional potencializa a construção colaborativa do conhecimento, além de fomentar no desenvolvimento das competências essenciais para a integração do indivíduo a esse meio informativo e tecnológico Araújo, Miranda e Silva (2021).

Dentre as tendências, delimitamos como fundamentação mediante a nosso objeto de conhecimento o uso da história da matemática, por ser esse um recurso de extrema importância na construção do conhecimento, pois é através desse mecanismo que podemos incitar a curiosidade do aluno, na buscar por compreender a origem da história de determinado assunto trabalhado em sala de aula, com essa prática, a clareza de se entender a aplicação e a importância de certo assunto se dá maneira clara e objetiva o que de fato auxilia no processo da docência Araújo, Miranda e Silva (2021).

3 | A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO METODOLOGIA DE ENSINO

Perante a investigação e discursão em decorrência da docência em matemática, surgi a partir desse pressuposto, a necessidade de aprimorar e ampliar cada vez mais os recursos educacionais utilizados dentro do ambiente escolar. Nesse sentido, se deu a premência da construção de uma educação de caráter questionador, o que de certo influí-o para que essa área estivesse em constante transformação. Isso permitiu conhecer a história por trás dessa ciência, e assim entender os aspectos sócio-econômico-culturais que foram essenciais para a criação desse conhecimento Menezes (2013).

A inserção da história nas dinâmicas educacionais possibilita um amplo conhecimento acerca dos diversos conhecimentos estudados na contemporaneidade, o que permite conhecer e investigar aspectos sobre a origem desses conteúdos, como suas atualizações e suas aplicações perante os mais variados povos. Além disso, novas formas de compreensão matemática tornam-se meios de extrema importância para a atual educação, segundo Menezes (2013).

A utilização da história da matemática como recurso pedagógico, é apontado por Miguel (1993) sob três aspectos, entre eles, o uso da história como forma de não só repensar sobre as diversas evoluções dele como ciência, como também tornar mais rico o processo de ensino e aprendizagem, o que evidencia a necessidade de relacionar os acontecimentos históricos com os estudos atuais.

Por fim, percebemos que a matemática é uma ciência que concerne de novas

metodologias, as quais, possuem o importante papel de integrar e relacionar seus objetos de conhecimento, que facilite o manuseio do professor referente aos conteúdos, e que seja empregada aos conceitos atrelados às tendencias matemáticas, segundo Brasil (2018)

> Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

Em torno do que foi exposto, se justifica a importância do uso da tendência história da matemática em nosso artigo, contudo o desenvolvimento que se faz presente no ramo da educação ao se fazer o uso desse recurso, se baseia pelo aumento do estimulo do aluno sobre o determinado assunto mediado em sala de aula, além de interligar o conhecimento matemático a práxis humana, mostrando a relação que se faz presente entre essas áreas.

Outro ponto a ser destacado é o seu valor motivacional, que decorre do despertar e do interesse do aluno pelo conhecimento matemático, pois quando se estuda a história dos conteúdos, se permite compreender de forma clara os conceitos formalizados e as aplicações providas por determinado assunto, diante disso, buscamos propor a construção de uma aula voltada para o uso dessa tendência, pois nossa finalidade se dá no interesse de trazer para o meio escolar uma proposta de ensino que desvincule o ensino tradicional repassado em sala de aula.

4 I O OBJETO DE CONHECIMENTO GRANDEZAS E MEDIDAS

O conteúdo de Grandezas e Medidas está presente nas mais diversas áreas de conhecimento, nas engenharias, áreas da física e química, entre outras, sendo de suma importância sua relevância na formação dos cidadãos. Este conteúdo matemático, de caráter prático e utilitário, foi desenvolvido ao longo dos processos históricos que a humanidade vivenciou, a cada necessidade surgiam novas aprimorações, onde os diversos povos utilizaram desse conhecimento para o desenvolvimento de arquiteturas, grandes construções de engenharia, como as grandes pirâmides.

Além disso, embora seja um conteúdo imprescindível nos currículos escolares, existe diversas contradições acerca do uso desse conteúdo no ambiente social e o seu modo de aplicação no ambiente escolar. Levando em consideração alguns aspectos, a hierarquização dos conteúdos matemáticos tem se tornado uma discussão de extrema complexidade, pois esses conteúdos tendem a ser privilegiados em detrimentos de outros. Em relação a Educação Matemática, Mandarino (2009) constatou em sua pesquisa que, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, dos 116 professores pesquisados, apenas 14,9% priorizavam o ensino de grandezas e medidas.

É nesse viés que se faz necessário a relação entre o conteúdo mediado e o

mediador, pois ao longo da ministração das aulas, o mediador possui o importante papel de despertar juntamente com o discente as habilidades necessárias para a compreensão dos conteúdos. De acordo com os PCN (Brasil, 1997, p. 39), o bloco de conteúdos grandezas e medidas “caracteriza-se por sua forte relevância social, com evidente caráter prático e utilitário”. Desse modo, entendemos que as aplicações de tal conteúdo nos possibilitam a realização de várias atividades do cotidiano, possuindo forte mediação.

Entende-se por Grandeza tudo aquilo que pode ser contado, mensurado. Brollezzi (1996) destaca dois tipos de grandezas: as discretas e as contínuas. As grandezas discretas podem ser facilmente quantificadas, já as grandezas contínuas são passíveis de medida, enquanto a discreta quantifica os objetos, a contínua quantifica as suas qualidades (massa, temperatura, comprimento, capacidade, valor, volume e tempo), é com essa ideia que surge o conceito de medida, “a comparação de grandezas de uma mesma natureza da origem à ideia de medida” (Brasil, 1997, p. 39).

Na próxima fase deste artigo, abordamos as principais metodologias que compõem sua construção, assim como uma proposta metodológica para futuros docentes.

5 | METODOLOGIA

Na perspectiva de fundamentar o presente estudo, faremos uma revisão integrativa no intuito de analisar as publicações referentes ao uso da tendencia história da matemática, sintetizando de maneira organizada e objetiva os materiais de interesse para a pesquisa, além disso, para a elaboração da revisão integrativa, é necessário atender seis etapas distintas, para descrever de forma sucinta essas etapas, usaremos como referencial os estudos de Souza, Silva e Carvalho (2010).

Utilizar da revisão integrativa permiti o revisor avaliar os critérios e métodos empregados no desenvolvimento de vários estudos, a fim de determinar se são validos metodologicamente, construindo assim, um estudo mais bem embasado. Segundo Mendes, Silveira e Galvão (2008, p.759)

> A revisão integrativa da literatura consiste na construção de uma análise ampla da literatura, contribuindo para discussões sobre métodos e resultados de pesquisas, assim como reflexões sobre a realização de futuros estudos. O propósito inicial deste método de pesquisa é obter um profundo entendimento de um determinado fenômeno baseando-se em estudos anteriores

A primeira fase, da revisão integrativa é a elaboração da pergunta norteadora, que consiste na fase mais importante do processo segundo Souza, Silva e Carvalho (2010), pois, é a delimitação da pesquisa, ou seja, quais meios serão adotados para a coleta dos estudos que serão constituintes da pesquisa, além disso, a pergunta deve ser elaborada de forma clara e objetiva afim de se obter um melhor raciocínio teórico dos estudos analisados, esta etapa, pode ser visualizada, no momento em que construímos a nossa questão problema : “Como a utilização da tendência história da matemática pode facilitar o

ensino de Grandezas e Medidas no 6º ano do ensino fundamental?"

A segunda fase, depreende-se em realizar a busca ou amostragem na literatura, ou seja, uma ampla e diversificada escolha que contemplem de forma significativa o tema proposto, essa busca pode ser realizada em bases eletrônicas, em periódicos. A confiabilidade dos resultados deve ser um critério excepcional na escolha dos estudos Souza, Silva, Carvalho (2010), por esta razão, faremos a nossa pesquisa bibliográfica, principalmente, no catálogo de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES e no periódico CAPES

A terceira fase é a coleta de dados, ou seja, após a seleção dos materiais que serão utilizados nos estudos, deve-se extrair de forma que seja assegurado os dados que são relevantes para a pesquisa, segundo Souza, Silva e Carvalho (2010), os dados coletados devem incluir seis ações que são necessárias para minimizar os riscos de erro, são elas, definição dos sujeitos, metodologia, tamanho da amostra, mensuração das variáveis, métodos de análise e conceitos embaçadores empregados, assim, para a escolha das pesquisas que fundamentaram nossa base bibliográfica, fizemos usos dos seguintes critérios de seleção: Clareza na identificação da trajetória metodológica no texto (método empregado, sujeitos participantes, critérios de inclusão/exclusão, intervenção, resultado.

A quarta fase é a análise crítica dos estudos incluídos que institui uma abordagem organizada dos estudos, afim de entender as características individuais de cada material, nesse caso, o pesquisador deve avaliar criticamente os métodos e resultados dos materiais, além de auxiliar na determinação de sua utilidade na prática Souza, Silva e Carvalho (2010).

A quinta fase é a discussão dos resultados, como o próprio nome já indica, após o pesquisador obter a interpretação e a síntese dos estudos analisados, o mesmo deve comparar os dados evidenciados nas pesquisas de forma que sejam identificadas as lacunas existentes entre esses estudos, por esta razão, ao analisarmos a aprendizagem de grandezas e medidas e percebermos essa lacuna no processo de ensino deste objeto de conhecimento, decidimos fazer esta pesquisa com o uso da história da matemática como metodologia.

Por fim, a sexta e última fase é a apresentação da revisão integrativa, que se delimita por expor os dados já obtidos nas fases anteriores e os principais resultados. Nesse viés, para a análise dos resultados, indicamos que seja feito o uso da análise de dados qualitativa, pois a mesma envolve descobrir e entender o cenário de forma geral, no caso do presente estudo, a utilização da história no ensino da matemática. Além disso, este tipo de analise permite mais facilmente obter visões e estratégias inovadoras que auxiliem o analisador a compreender os processos pelos quais a educação se conduz.

- **Passo a passo da proposta:**

De maneira substancial, entendemos que os desenvolvimentos acerca das habilidades providas do ensino aprendizado de grandezas e medidas, dispõem de acordo

com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que:

> (EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento. (Brasil, 2018)

Com as habilidades já compreendidas, destacaremos as atividades propostas para a aplicação em sala pelo professor mediado

- No 1º momento, a aula deverá ser iniciada com a oratória da história das grandezas e medidas, em especifico, grandeza massa, provocando a imaginação dos alunos acerca do conteúdo ministrado.
- No 2º momento, após a oratória, a aula iniciará com a mediação do conteúdo através de um Datashow, que se passará os slides que contenham a relação matemática histórica, sendo necessário destacar os principais tópicos que regem a grandeza massa.
- No 3º momento, após o fim da explicação do conteúdo abordado, o professor mediador deverá demonstrar a principal ferramenta da grandeza massa, sendo essa, a balança, sendo necessário explicar qual foi sua importância histórica e compará-la com os dias atuais, assim como suas diversas atualizações no decorrer dos séculos.
- No 4º momento, deverá ser entregue aos alunos uma atividade acerca do uso da balança, havendo a construção da mesma, e em seguida, a comparação de massas de alimentos, e assim o docente utilizará desse recurso como componente avaliativo, afim de analisar o desfecho de nossa proposta para a coleta dos possíveis resultados obtidos.

Existem vários de tipos de balança desde as modernas até as antigas. Ensinaremos a produzir uma balança de forma didática com o uso de materiais manipulativos. Segue o passo a passo para a construção:

Figura 05: Material utilizado

Fonte: Os autores.

Para a produção desta balança precisaremos dos seguintes materiais: papelão; recipiente de Danone; estilete; cano de PVC 15 cm; cola TEKBOND.

Figura 06: Material utilizado

Fonte: Os autores.

Recorte o papelão com as medidas de 23 x 6 cm, e em seguida cole os recipientes de Danone como mostra a figura acima.

Figura 07: Material

Fonte: Os autores.

Com o cano de PVC em mãos cole um pedaço de papelão na parte superior e inferior de maneira centralizada para facilitar o equilíbrio da balança ao ser utilizada.

Figura 08: Material

Fonte: Próprio autor

Após ter colado o pedaço de papelão no centro do cano, cole outra parte da balança no centro do cano de maneira que fique equilibrada como mostra a figura.

Figura 09: Resultado

Fonte: Os autores.

Resultado final da produção do modelo 02 da balança a mesma está pronta para o uso em sala de aula que será utilizada na seguinte proposta de atividade.

- **Avaliação a ser utilizada**

No campo da educação, um dos instrumentos que possibilitam que o professor obtenha uma ampla observação acerca da docência é justamente o uso do recurso avaliativo, pois esse é um importante componente curricular que possibilita a maior reflexão sobre as habilidades adquiridas durante o processo educacional, além de, o docente poder visualizar de forma mais clara as dificuldades e facilidades encontradas pelo aluno durante o percurso.

Com outra natureza, em conjunto com a formativa, o uso da avaliação somativa é essencial pois por meio dela pretende-se realizar um balanço final do conteúdo aluno e se os objetivos foram alcançados durante o trajeto, em outras palavras, ajustar, confirmar os resultados obtidos por meio da avaliação formativa. Segundo Barlow (2006), refere-se a uma verificação no final de formação ou etapa no processo de ensino, com o intuito de certificar a aprendizagem do aluno.

6 I RESULTADOS OBTIDIDOS

Nesse viés, a implementação de nosso artigo, se deu perante a formação dos professores de nossa própria graduação, pois essa dinâmica foi desenvolvida em meio a disciplina de nosso curso. Pressuposto a isso, ao desenvolvemos nossa proposta de ensino, primeiramente fizemos a apresentação de nosso artigo perante a turma, justificando e trazendo o objetivo de nossa proposta.

Em seguida, introduzimos nossa estratégia de ensino, sobre a fundamentação do uso da tendência História da Matemática com o intuito de mediar de forma dinâmica a origem do conteúdo de grandezas e medidas. A fig.11 expõe a construção da dinâmica, onde os discentes, já com os conhecimentos prévios sobre a história e a orientação da

dinâmica, construíram as balanças sem tantas dificuldades, entretanto, devemos levar em consideração que a turma é de Licenciatura e Matemática. Porém, orientar de maneira clara e objetiva foi essencial para a correta construção da balança.

Figura 11: construção da balança

Fonte: Os autores.

A fig.12 expõe os alunos comparando as massas de arroz e farinha, com a finalidade de construir com os alunos as noções de massa, sua utilidade no cotidiano e seu uso em diversos outros ambientes.

Figura 12: comparando massas.

Fonte: Os autores.

7 | CONCLUSÃO

Ao longo do texto, refletimos sobre alternativas metodológicas para que professores de Matemática possam utilizar de novas tendencias metodológicas como a História da Matemática para ajudar a sanar algumas das diversas as limitações deixadas pelo ensino tradicional, assumindo assim, um papel crítico no processo de construção de saberes matemáticos.

Consideramos que o conhecimento e o uso da tendência história da matemática

reage como uma fuga á educação tradicional, ampliando com mais facilidade os saberes que regem o conhecimento matemático. Além disso, sabemos a matemática no ensino é vista como uma disciplina de alta complexidade, e utilizar de métodos facilitadores é essencial no ensino.

Para continuidade desta pesquisa, os futuros docentes podem utilizar desses estudos e aprimorar essas estratégias de ensino para construir um processo de ensino e aprendizagem onde o professor atua como um mediador para a construção, quebrando o ideal de transmissão de conteúdo.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, V. M. S; MIRANDA, F. M. S; SILVA, T. L. Tendencias no ensino de matemática: uma abordagem bibliográfica. *In:* Congresso Nacional de Educação, 7. **Anais** [...]. UFPE- Pernambuco,2021.

BARLOW, M. **Avaliação escolar: mitos e realidades**. Porto Alegre: Artmed, 2006.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BROLEZZI, A. C. **A tensão entre o discreto e o contínuo na história da Matemática e no ensino da Matemática**. 1996. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo.

BURAK, Dionísio. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem.** 1992. 2v. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. Disponível em:<http://www.repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/252996>.Acesso em: 15 jul.2021.

MANDARINO, M. C. F. **Que conteúdo da matemática escolar professores dos anos iniciais do ensino fundamental priorizam?** *In*: GUIMARÃES, G.; BORBA, R. (Org.). Reflexões sobre o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização. Recife: SBEM, 2009.

MENDES, K. D. S; SILVEIRA, R. C; GALVÃO, C. M. **Revisão integrativa:** método de pesquisa para a incorporação de evidências na saúde e na enfermagem. Texto Contexto Enferm, Florianópolis, 2008 Out-Dez; 17(4): p.758-64. Disponível em: Erro! A referência de hiperlink não é válida.. Acessado em: 17 de junho de 2022.

MENEZES, Josinalva Estacio. História como tendência na educação matemática: **potencialidades e limitações na prática atual de professores do ensino básico.** *In:* Congresso Internacional de Ensino da Matemática, 6. ULBRA – Canoas – Rio Grande do Sul, 2013.

MIGUEL, Antônio. **Três estudos sobre história e educação matemática.** Tese de Doutorado. Campinas: UNICAMP, 1993.

Ministério da Educação. **Base Nacional Curricular Comum do Ensino Básico[internet]**. 2017. Disponível em:<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/#/site. /inicio>. Acesso em: 19 de jun. de 2022.

SOUZA, M. T.; SILVA, M. D.; CARVALHO, R. Revisão integrativa: o que é e como fazer. **Einstein.** v. 8, n. 1 (Pt 1), 2010, p. 102-06. Disponível em: https://www-periodicos-capes-gov-br.ezl.periodicos.capes.gov.br. Acessado em: 17 de junho de 2022.

CAPÍTULO 15

A ABORDAGEM DO ALGORITMO DA DIVISÃO NO CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS NO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO A PARTIR DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Data de aceite: 01/08/2022
Data de submissão: 29/06/2022

Tayná de Souza Alencar
Egresso da Universidade de Pernambuco - UPE
Petrolina – Pernambuco
http://lattes.cnpq.br/1349752814308720

Lucília Batista Dantas Pereira
UPE- Universidade de Pernambuco
Petrolina – Pernambuco
http://lattes.cnpq.br/7751208084431086

RESUMO: Este trabalho utiliza a tendência da Educação Matemática resolução de problemas para abordar a operação de divisão, tendo em vista que muitos estudantes apresentam dificuldades, que às vezes, estão relacionadas sobretudo aos conteúdos que não aprenderam no Ensino Fundamental, como, por exemplo, as quatros operações básicas do conjunto dos Números Racionais, Q. Dentre estas, a aprendizagem dos conceitos relativos à divisão tem-se apresentado de forma prejudicada. Assim, este estudo tem como objetivo geral analisar de que maneira a resolução de problemas pode contribuir com a compreensão dos significados da operação divisão em Q por estudantes do 3º ano do Ensino Médio, e como objetivos específicos: analisar as estratégias que os alunos utilizam na resolução de problemas envolvendo divisão; identificar os erros cometidos pelos os alunos nas resoluções dos problemas relacionados à operação de divisão em Q e utilizar a resolução de problemas como estratégia de ensino voltado para a operação de divisão, relacionando a realidade em sala de aula e seu cotidiano. Essa pesquisa foi de caráter qualitativo e contou com a participação de 52 estudantes do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola pública de Petrolina, a qual foi desenvolvida em duas etapas: atividade de diagnose e resolução de um problema. Este estudo mostrou ser uma boa estratégia de ensino, principalmente, no sentido de resolver uma questão seguindo etapas, utilizando o conteúdo de divisão associado a uma situação do cotidiano. Observou-se que foi satisfatório, pois os alunos conseguiram compreender o algoritmo da divisão utilizando uma situação do cotidiano, na qual seguiram etapas para sua resolução. Com isso, percebeu-se que é possível ministrar uma aula diferente, mostrando aos alunos a importância da Matemática, interligando-a com a realidade deles.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino de Matemática; Resolução de Problemas; operações fundamentais em Q.

THE APPROACH OF THE DIVISION ALGORITHM IN THE SET OF RATIONAL NUMBERS IN THE 3RD YEAR OF HIGH SCHOOL FROM PROBLEM SOLVING

ABSTRACT: This work uses the tendency of Mathematics Education in problem solving to approach the division operation, considering that many students have difficulties, which are sometimes related mainly to contents they did not learn in Elementary School, such as, for example, the four basic operations of the set of Rational

Numbers, Q. Among these, the learning of concepts related to division has been presented in an impaired way. Thus, this study has as the general objective to analyze how problem solving can contribute to the understanding of the meanings of the division operation in Q by students of the 3rd year of high school, and as specific objectives: to analyze the strategies that students use in solving problems involving division; to identify mistakes made by students in solving problems related to the division operation in Q and to use problem solving as a teaching strategy aimed at the division operation, relating reality in the classroom and their daily lives. This research was qualitative and had the participation of 52 students from the third year of high school at a public school in Petrolina, which was developed in two stages: diagnosis activity and problem solving. This study proved to be a good teaching strategy, mainly in the sense of solving an issue following steps, using division content associated with a daily situation. It was observed that it was satisfactory, as the students were able to understand the division algorithm using a daily situation, in which they followed steps for its resolution. With this, it was realized that it is possible to teach a different class, showing students the importance of Mathematics, connecting it with their reality.
KEYWORDS: Teaching Mathematics; Problem solving; fundamental operations on Q.

1 | INTRODUÇÃO

Na história, alguns estudiosos, como Roque (2012) e Mol (2013), relatam que a Matemática surgiu antes da escrita. Assim, ela surgiu para atender uma necessidade que se tinha naquela época, por exemplo: medir terras, contagem dos rebanhos entres outros.

Eles utilizavam pedaços de madeira, pedras, ossos, entre outros para ter o controle da contagem. Com o passar do tempo, eles foram criando estratégias para representar determinadas quantidades utilizando tamanhos diferentes de pedras. Sobre isso, Roque (2012, p. 43) relata que,

> Os primeiros numerais não eram símbolos criados para representar números abstratos, mas sinais impressos indicando medidas de grãos. Em segundo momento, as marcas representando as quantidades passaram a ser acompanhadas de ideogramas que se referiam aos objetos que estavam sendo contados.

Seguindo este mesmo pensamento, Mol (2013, p. 13) explica que o processo de contagem começou a ser desenvolvido pelo homem antes da escrita, com isso se desenvolveu a capacidade de comparar conjuntos de objetos e estabelecer entre eles uma correspondência um a um, ou correspondência biunívoca.

Desse modo, percebe-se que, com o passar do tempo, as noções fundamentais de número foram evoluindo para atender à necessidade do homem e se aperfeiçoando cada vez mais, após o surgimento da escrita, como afirma Nogueira (2011, p. 110), sobre a ideia de número,

> Uma das noções fundamentais da Matemática, a ideia de número, foi construída e aperfeiçoada ao longo de muitos séculos. Surgiu da necessidade humana de conhecer o mundo e nele sobreviver. Foi dessa necessidade e

> utilizando objetos para a contagem que a humanidade começou a construir o conceito de número.

Em relação ao ensino, ele é abordado geralmente, de forma tradicional, causando um certo distanciamento entre a realidade dos alunos e o que é estudado em sala de aula. Para os alunos essa matéria, é vista como algo difícil de ser compreendido. Essa dificuldade é causada por diversos fatores como: problemas emocionais, alguma experiência anterior que fez com que tivesse um bloqueio, a forma como o professor ensina, como exemplo, pode-se citar a não compreensão das operações básicas do conjunto Q. Discutindo sobre as dificuldades de aprendizagem, Feitosa e Nunes (2012, p. 5) apontam que,

> Ao discutirmos as dificuldades de aprendizagem, percebemos que não existe uma conceituação específica e pronta para tal tema, mas que diante de muitos estudos no âmbito geral são situações que impedem o indivíduo de aprender em virtude de termos fisiológicos por questões neurológicas; socioambientais que envolvam o sistema educacional e familiar e desenvolvimentista afetando o desenvolvimento.

Assim, pode-se notar que as dificuldades de aprendizagem dos alunos são causadas por diversos fatores, com isso, faz-se necessário que o professor, ao tratar de um tema, ajude os alunos a entender, utilizando noções anteriores, partindo de situações da realidade, pois, para eles a Matemática parece que é algo que não irão usar na sua vida e quando o professor mostra onde pode ser usado determinado conteúdo, os alunos começam a entender e a compreender a sua utilidade, mas sabe-se também que nem todos os conteúdos pode ter uma aplicabilidade prática no dia a dia.

A esse respeito, Polya (1985, p. 2-3) diz que “o problema deve ter sentido e um propósito, do ponto de vista do aluno”, ou seja, o professor ao escolher os problemas, que ele escolha os que se aproximam da realidade dos alunos, pois assim, eles ao se depararem com a questão proposta, conseguirão fazer um comparativo com o que foi visto na sala e na realidade em que vive.

No decorrer da participação do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), específico de Matemática, no qual foi desenvolvido o projeto de resolução de problemas voltado à construção do conhecimento matemático. Foi aplicada uma atividade de diagnose em que continha questões de geometria, porcentagem, grandezas e medidas, e divisão. Durante a correção dessas questões, percebeu-se que as dificuldades dos alunos não eram somente no conteúdo envolvido, mas também, estavam relacionadas às quatro operações básicas do conjunto Q, principalmente, a divisão e a multiplicação, logo, resolveu-se enfatizar a operação divisão no conjunto Q. Para isso, utilizou-se a resolução de problemas como estratégia de ensino voltado para os diferentes significados da operação divisão.

Assim, o estudo pretende responder a seguinte questão de pesquisa: De que forma a resolução de problemas pode ajudar a diminuir as dificuldades dos estudantes do terceiro

ano do Ensino Médio quando em ação na operação divisão do conjunto Q?

Na tentativa de responder ao questionamento proposto, tem-se como objetivo geral analisar de que maneira a resolução de problemas pode contribuir com a compreensão dos significados da operação divisão em Q por estudantes do 3º ano do Ensino Médio, e como objetivos específicos: analisar as estratégias que os alunos utilizam na resolução de problemas envolvendo divisão; identificar os erros cometidos pelos os alunos nas resoluções dos problemas relacionados à operação de divisão em Q e utilizar a resolução de problemas como estratégia de ensino voltado para a operação de divisão, relacionando a realidade em sala de aula e seu cotidiano.

2 | APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

A aprendizagem de alguns conceitos matemáticos, assim como a leitura e a escrita, são aprendizagens fundamentais para o bom desempenho do estudante na compreensão de outros saberes tratados na Educação Básica. Como afirma Orrantia (2006, p. 2), “a aprendizagem da matemática supõe, junto com a leitura e a escrita, uma das aprendizagens fundamentais da educação elementar, dada a natureza instrumental desses conteúdos”.

Essa aprendizagem Matemática diz respeito ao pleno domínio das operações básicas. Trabalhada nos anos iniciais, é o período em que é ensinado o conteúdo das quatro operações: adição, subtração, multiplicação e divisão. É nesse momento que, o aluno compreender os significados dessas operações e, também, o algoritmo empregado em cada uma delas. Quando essas operações não são compreendidas adequadamente, o estudante poderá enfrentar obstáculos no entendimento de outros conceitos matemáticos ou, ainda, em outras disciplinas.

Para o indivíduo viver em sociedade, é necessário que ele possua o domínio dos conteúdos fundamentais em Matemática, sendo que a apropriação desse conhecimento, algumas vezes, é adquirida independente da escolarização ou do emprego de algoritmos escolares. Para Ferreira (2013, p. 16),

> Conhecer e compreender os mecanismos que envolvem as quatro operações é de suma importância no dia a dia de qualquer cidadão e fundamental para avançar em qualquer conhecimento matemático, antes mesmo de frequentar a escola as crianças já tem um contato informal com os números, com problemas de contagem e com algumas operações como a adição e a multiplicação ao juntar objetos e brinquedos.

Tomando por base essa citação, é possível mostrar de forma concreta essa ideia a partir deste exemplo: o aluno do 6º ano do Ensino Fundamental não aprendeu as operações básicas, e o professor explica o conceito de fração, esse estudante poderá apresentar dificuldades para entender esse tema, e, com isso, ele pode vir a considerar a disciplina de Matemática, como algo difícil, chato e incompreensível. Sobre isso, Zatti, Agranionih e Enricone (2010, p. 116) dizem,

> Na 5ª série do Ensino Fundamental, observa-se que as dificuldades em Matemática geralmente tendem a se acentuar, já que, até o nível anterior, os conteúdos relacionavam-se ao domínio dos algoritmos básicos das quatro operações, sendo mais enfatizadas as questões relacionadas à escrita e leitura.

Observa-se que essa dificuldade na disciplina de Matemática, pode ser causada como foi dito anteriormente, pela não compreensão das quatro operações, mas pode ser causada por outros fatores como Feitosa e Nunes (2012) explicam sobre as situações fisiológicas e socioambientais que causam dificuldades de aprendizagem. A dificuldade na disciplina de Matemática dos estudantes começa já nos anos inicias e seguem até o Ensino Médio, sendo essa disciplina uma das mais difíceis, por conta dos cálculos e do raciocínio, percebemos isso pelos altos índices de reprovação dessa disciplina em todas as séries escolares, causando nos alunos o sentimento de rejeição, incapacidade e desmotivação para estudar, por não conseguir entender. Sobre isso, Silva (2014, p. 24) afirma que,

> A Matemática talvez seja uma das matérias mais "temidas" pelos alunos na escola. Cálculos, números e muito raciocínio fazem da disciplina uma das mais desafiadoras da grade curricular. Como uma bola de neve, o gosto ou o temor pela Matemática aumenta no decorrer das séries da educação básica, o que pode, muitas ocasionar a exclusão de muitos alunos.

Silva (2014) também aponta que muitos estudantes, no decorrer da vida escolar, desenvolvem um bloqueio mental em relação a tudo que se pareça com Matemática, causando assim um sentimento negativo em relação à essa disciplina.

Algumas causas do problema de aprendizagem ou é algo que o aluno não conseguiu aprender anteriormente ou é o modo como o professor ensina. Silva (2014, p. 21) afirma que, "o problema do ensino de Matemática não é exclusivamente da disciplina; a interação aluno-docente que caracteriza o aprendizado dá-se sobre a base do estado atual do conhecimento e está fortemente influenciada pelos interesses de ambas as partes".

Desta forma, o professor tem um papel fundamental na aprendizagem do aluno, pois o mesmo é capaz de motivar, buscando meios de fazer com o que aluno compreenda o que será explicado; como também, tem a capacidade de desmotivar, não tendo a preocupação em explicar o conteúdo de forma que os estudantes compreendam, e, sim somente em dar a sua aula. Como afirmam também Santos, França e Santos (2007, p. 9), o professor tem um papel importante em ajudar os alunos a gostarem de Matemática, desenvolvendo neles confiança em si mesmo e transmitindo segurança durante a realização dos cálculos. É importante que o docente também observe as dificuldades de aprendizagem da Matemática que seus alunos possuem, buscando meios para diminuí-las.

3 | RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A resolução de problemas a partir do século XX, começou a ser inserida no ensino

de Matemática como tendência. Em relação a isso, Flemming, Luz e Mello (2005, p. 74) relatam que,

> Nas décadas de 1960 a 1980 observamos nos relatos de pesquisas a preocupação com a definição de diferentes estratégias para a resolução de problemas. Em 1980 é editada a agenda (NCTM - National Council of Teachers of Mathematics) contendo recomendações que destacavam a importância de: organizar currículos acerca de resolução de problemas; definir linguagens e novas estratégias; estruturar novos ambientes de aprendizagens e incentivar novas pesquisas.

Assim, a resolução de problemas se tornou uma das tendências mais estudadas, dentre as tendências da Educação Matemática. O seu propósito é ser uma estratégia de ensino que tem como objetivo contribuir com o desenvolvimento do pensamento do estudante quando em situação, ou seja, oferecer condições para que o estudante construa o conhecimento, tomando como referência os saberes que já possui. Sobre isso os Parâmetros Curriculares de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012, p. 26) afirmam que “um primeiro caminho para levar o estudante a “fazer” Matemática é privilegiar a resolução de problemas como estratégia de ensino e aprendizagem”.

Nas escolas, os professores confundem a resolução de problemas com a prática de resolver exercícios, usando uma forma mecânica para fixar o conteúdo, não que isso seja errado, mas acaba se tornando cansativo. Segundo Dante (2007, p. 59) “a resolução de problemas não deve se constituir em experiências repetitivas, através da aplicação dos mesmos problemas (com outros números) resolvidos pelas mesmas estratégias”.

Já os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998, p. 41) trazem o seguinte princípio, quanto ao desenvolver a resolução de problemas em sala de aula: “o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada”. Concordando com a ideia dos PCN (BRASIL, 1998), Onuchic (1999, p. 201) relata que, “media-se o conhecimento do aluno, recebido através de repetição, com a aplicação de testes em que, se ele repetisse bem o que o professor havia feito, concluía-se que sabia”.

Percebe-se que, na maioria das vezes, o estudante não tem a oportunidade de pensar de forma crítica e reflexiva sobre o que está sendo estudado em sala de aula, com isso acaba perdendo o sentido da resolução de problemas, que tem como proposito a construção do pensamento matemático a partir de algo conhecido. De acordo com Polya (1985), o professor deverá conduzir o aluno a descobrir a solução por si mesmo, ou seja, o professor assume o papel de mediador, conduzindo os alunos a construírem seu próprio conhecimento.

O professor tem um papel importante na construção do conhecimento matemático do aluno, pois o mesmo precisa deixar os estudantes criarem as suas próprias estratégias, para que eles entendam que existe diversas possibilidades para se chegar à mesma

resposta, não limitando o aluno a somente um único método que foi ensinado. Onuchic e Allevato (2011, p. 82) explicam que, “o professor precisa preparar, ou escolher, problemas apropriados ao conteúdo ou ao conceito que pretende construir. Precisa deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que pretendem atingir”.

Logo, os problemas precisam ser desafiadores, levando o aluno a sentir vontade de tentar resolver o que foi proposto. A esse respeito Polya (1995) diz que, mesmo que os problemas sejam pequenos, se for instigante e o desafiar, dará ao estudante a chance de testar suas habilidades e conhecimentos de forma prazerosa.

Durante o momento da escolha dos problemas, o professor precisa levar em consideração a realidade dos seus alunos, de forma que facilite a compreensão para os mesmos, que seja motivador e que tenham diversas estratégias de resolução. A esse respeito, Polya (1985, p. 2-3) diz que “o problema deve ter sentido e um propósito, do ponto de vista do aluno”, ou seja, o professor ao escolher os problemas, leve em consideração a realidade do estudante. É necessário também que o professor auxilie e deixe os alunos resolverem os problemas, permitindo que eles compreendam e construam o conhecimento durante a resolução, assim, ocorrerá o processo de ensino e aprendizagem. Como afirma também Dante (2007, p. 59), explicando que, em relação ao professor,

> Devemos incentivar os alunos a “pensarem alto”. Assim, nossa função de orientados e facilitador da aprendizagem se realizará mais facilmente, pois poderemos perceber como eles estão pensando, como estão caminhando a solução do problema, que estratégias estão tentando usar, que dificuldades tentam superar etc.

Concordando com Dante (2007), Polya (1995, p. 2) explica que há dois objetivos que o professor pode seguir, para conduzir seus alunos a levantarem alguns questionamentos diante do problema: primeiro, auxiliá-lo a resolver o problema que foi proposto; segundo, desenvolver no estudante a capacidade de resolver futuros problemas.

3.1 Etapas da resolução de problemas

No estudo da tendência resolução de problemas são definidas quatro etapas para que se desenvolva o processo de resolução de um problema. As etapas, segundo Polya (1995, p. 3-4) são,

> Primeiro, temos de compreender o problema, temos de perceber claramente o que é necessário. Segundo, temos de ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos a ideia da resolução, para estabelecermos um plano. Terceiro, executamos o nosso plano. Quarto, fazemos um retrospecto da resolução completa, revendo-a e discutindo-a.

Na primeira etapa, se conhece o problema, nesse momento, começa a interpretação e a compreensão do que está sendo pedido, traçando um objetivo e refletindo sobre as ferramentas necessárias para sua resolução. Depois, separam as variáveis possíveis, ou

seja, organizar os dados que estão envolvidos, observando o que é necessário fazer para conseguir chegar à resolução. Na segunda etapa, é necessário analisar todas as variáveis que foram separadas anteriormente, observando os possíveis caminhos que se podem seguir a partir de vários pontos de vista criados e analisando aquele que é o melhor a seguir.

Após ter escolhido o melhor plano de resolução, segue para a terceira etapa, que é a execução do plano. Nesse momento da execução, devemos analisar de forma detalhada todas as etapas que foram escolhidas para o desenvolvimento do problema. Na quarta etapa é o momento que se faz o retrospecto da resolução, para validar o processo executado anteriormente.

Alguns documentos explicam as etapas para o desenvolvimento do processo de resolução de um problema, como os PCN (BRASIL, 1998, p.41) quando afirmam "resolver um problema pressupõe que o aluno: elabore um ou vários procedimentos de resolução; compare seus resultados com os de outros alunos; valide seus procedimentos". Os Parâmetros Curriculares de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012, p. 28) relatam que o estudante quando for resolver um problema deve "ser capaz de realizar tentativas, estabelecer hipóteses, testar essas hipóteses e validar seus resultados, provando que são verdadeiros". Percebe-se que ambos os documentos seguem a mesma linha de raciocínio de Polya (1995), com relação às etapas do processo da resolução de um problema. No presente trabalho serão adotar as etapas apresentadas por Polya (1995).

4 I DIFICULDADES EM DIVISÃO

A Matemática é vista por muitos estudantes como uma disciplina complicada. Segundo os alunos, na maioria das vezes a dificuldade se encontra nos conteúdos mais básicos, sendo estes relacionados aos algoritmos das quatro operações, especialmente nos algoritmos de multiplicação e divisão. Para Nunes e Bryant (1997, p. 141) "uma visão comum da multiplicação e da divisão é de que são simplesmente operações aritméticas diferentes que deveriam ser ensinadas às crianças após terem aprendido adição e subtração". Os autores explicam que as operações de multiplicação e divisão, são vistas como operações diferentes das operações de adição e subtração, sendo que para resolver o algoritmo de multiplicação, durante a explicação, o professor utiliza a noção da soma e para o algoritmo da divisão, a noção da subtração.

O conteúdo de divisão é abordado no Ensino Fundamental anos iniciais, que são divididos em dois momentos, primeiro aprendem de forma lúdica, para depois, no segundo momento, introduzir o algoritmo da divisão. Já no 3º ano do Ensino Fundamental, aprendem primeiro as noções de divisão de partes, partindo das noções de metade e terça parte, e no 4° ano, aprendem o algoritmo da divisão. Sobre isso, a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018, p. 287) explica que a Matemática no 4º ano, no conteúdo de

números, o aluno deve possuir as habilidades de utilizar as quatros operações e suas propriedades para ampliar as estratégias de cálculo, como também resolver e elaborar problemas de divisão envolvendo os significados de repartição equitativa e de medida, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

Podemos observar que são noções básicas que os alunos do ensino médio já deveriam ter aprendido, mas infelizmente isso não ocorre, pois os mesmos possuem grandes dificuldades nesse conteúdo, ou porque não sabem dividir ou esqueceram como resolver. Alguns fazem o uso da calculadora, para otimizar o tempo deixando de lado sobre essas noções básicas, não que ela seja ruim, mas quando empregada adequadamente ajuda à compreensão dos significados das operações.

O algoritmo de divisão é considerado o mais difícil dos algoritmos das operações, no entanto, quando não é bem compreendido, acarreta alguns problemas que os estudantes enfrentam no decorrer da vida escolar. Como afirma Mandarino (2005, p. 157),

> O algoritmo da divisão é, sem dúvida, o mais difícil e o mais complexo dentre os algoritmos das quatro operações, pois envolve, além do sistema de numeração, dos fatos básicos e do conceito de operação, a utilização das outras operações (adição, subtração e multiplicação) e a propriedade distributiva da divisão em relação à adição.

Quando os alunos não conseguem usar o algoritmo da divisão, eles utilizam outras estratégias de manipulação para conseguir chegar a resposta final. De acordo com os Parâmetros Curriculares de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012, p.78), “um aspecto a observar é que os estudantes desenvolvem estratégias pessoais de cálculo escrito, que devem ser compreendidas, valorizadas pelo professor e confrontadas com as de outros alunos”. Os estudantes ao resolverem questões, utilizam diversos caminhos que chegam a uma mesma resposta, só que na maioria das vezes, o professor desconsidera a questão, pois o estudante não resolveu da forma que ele esperava, como explicam Flemming, Luz e Mello (2005, p. 74), a respeito dos métodos a serem utilizados na questão, “ na prática, os professores deveriam estabelecer estratégias que envolvem mais de um método. Independentemente do método escolhido é importante que o professor tenha em mente que só há problema se o aluno percebe uma dificuldade, um obstáculo que pode ser superado”.

Assim, o professor precisa observar as dificuldades na operação de divisão que seus estudantes enfrentam e buscar meios para que elas possam ser amenizadas, pois só assim haverá uma aprendizagem mais significativa para os alunos. Sobre isso, os PCN (BRASIL, 1998, p. 109) abordam que, “é necessário trabalhar paralelamente multiplicação e divisão, envolvendo os significados”, ou seja, a partir de questões que envolva processos multiplicativo, criar situações em que utiliza a divisão.

5 | METODOLOGIA

Esse trabalho é de caráter qualitativo, que tem como foco de estudo as concepções dos alunos diante das questões desenvolvidas, como afirmam Silveira e Córdova (2009, p. 31) em que “a pesquisa qualitativa não se preocupa com representatividade numérica, mas, sim, com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, etc”.

Esse estudo foi dividido em dois momentos, teve como campo de pesquisa uma escola pública e como sujeitos da pesquisa, 52 estudantes de três turmas do terceiro ano do ensino médio, denominadas por A, B e C. Para identificar os alunos de cada turma, usou-se a seguinte notação: A1(aluno 1 do 3º ano A), B2 (aluno 2 do 3º ano B) e C5 (aluno 5 do 3º ano C).

No primeiro momento, aplicou-se uma atividade de diagnose que, teve a duração de uma aula (ver Anexo A), envolvendo questões de divisão, as quais permitiram analisar as estratégias que os alunos utilizaram, como também os erros que eles cometeram. Na análise das atividades de diagnose, observou-se que os alunos sabiam o algoritmo da divisão e tentaram responder as questões propostas.

O segundo momento ocorreu na mesma semana do momento anterior, no dia em que as turmas tinham duas aulas. Assim, foi feita a correção da atividade de diagnose, em seguida, aplicou-se um problema (ver Apêndice A) que possuía três questões, abordando uma situação real. Para resolver a primeira e a segunda questão, eles seguiram as etapas de Polya (1995), que são: compreender o problema, quais itens estão envolvidos na questão, como resolver e o retrospecto. Na terceira questão, os alunos deveriam verificar se a divisão do salário foi satisfatória.

6 | APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS E DISCUSSÕES

6.1 Resultados da atividade de diagnose

No primeiro momento, aplicou-se a atividade de diagnose nas três turmas. Na turma A, durante a aplicação da referida atividade, alguns alunos reclamaram, dizendo que a mesma estava difícil. Isso também aconteceu com as turmas B e C. Contudo, em todas as turmas, alguns tentaram resolver, como também deixaram em branco. Na figura 1, organizou-se as questões de acordo com a quantidade de acertos, de erros e de questões não respondidas (em branco).

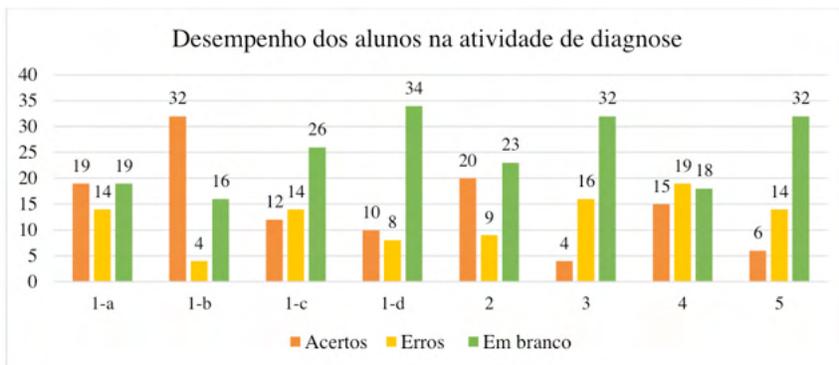



Figura 1 – Desempenho dos Alunos das turmas A, B e C

Fonte: Produção das autoras

A primeira questão apresentava quatros itens, dois de multiplicação e dois de divisão (ver Anexo A). O intuito dela foi observar se os alunos possuíam o conhecimento dos algoritmos. Nessa questão, a maioria dos alunos, das três turmas, resolveu as letras "a" e "b" que abordavam multiplicação, sendo que teve mais acertos na alternativa "b" do que na alternativa "a", pois ~~a~~ ela consistia somente em triplicar um número. Já no item "a", o aluno teria que multiplicar dois números, um de três algarismos por um de dois algarismos. Alguns alunos que acertaram utilizaram o algoritmo da multiplicação, como mostrado na Imagem 1, o aluno **A14** com a resolução do item "a" e o aluno **C4** com a resolução do item "b"**,** que acertaram a questão.

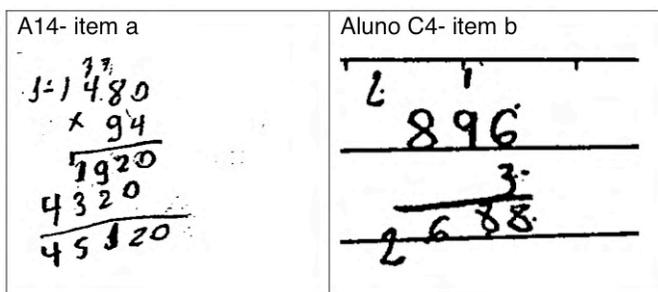



Imagem 1: Resoluções corretas dos alunos A14 e C4.

Fonte: Protocolo da pesquisa

Já os alunos que também acertaram o item "b", abordaram outra linha de raciocínio, em que eles utilizaram o recurso da adição, fazendo o seguinte procedimento: 896+896+896=2688. Àqueles que erraram, cometeram mais erros no item "a", pois eles ao multiplicar a casa da dezena, esqueceram de empregar o seu valor relativo, quando em outra classe, sendo que ele deveria ser somado por consequência errando o resultado

final da multiplicação, como também errando a multiplicação de números menores como por exemplo:4 x 8. Como pode ser observado na Imagem 2, as resoluções incorretas dos alunos **B5** e **A32**, no item “a” da questão 1.

Imagem 2: Resoluções incorretas dos alunos B5 e A32.

Fonte: Protocolo da pesquisa

Já nos itens “c” e “d”, referentes à operação de divisão, a grande maioria das três turmas deixaram em branco, e poucos acertaram. Aqueles que acertaram, utilizaram o algoritmo da divisão corretamente, o qual pode ser visto na Imagem 3, o aluno **B7** com a resolução do item “c” e o aluno **A3** com a resolução do item “d”, que acertaram as questões.

Imagem 3: Resoluções corretas dos alunos B7 e A3.

Fonte: Protocolo da pesquisa

No item “d” eles erraram menos, por se tratar de uma divisão de números inteiros. Já no item “c”, eles erraram mais por ser uma divisão de números decimais, cometendo o erro de não saber fazer a manipulação correta da virgula, como mostrado na Imagem 4, o aluno **B2** com a resolução do item “c” e o aluno **B26** com a resolução do item “d”, em que erraram a questão.

Imagem 4: Resoluções incorretas dos alunos B2 e B26.

Fonte: Protocolo da pesquisa

Para resolver a segunda questão (ver Anexo A), o aluno deveria ter conhecimento de conversão de unidades de tempo (de horas para minutos), de regra de três simples, multiplicação e divisão. Nessa questão, muitos conseguiram resolver, como, também, outros não resolveram. Os alunos que acertaram, sabiam fazer a conversão de unidade de tempo, e a partir disso, continuaram seus cálculos, sendo que a maioria deles utilizou as noções de multiplicação, como, também diferentes formas, mas que conduziam a mesma resposta. Como pode-se observar na resolução do aluno **C16** mostrada na Imagem 5 e evidenciado por Dante (2007), que o professor deve incentivar os alunos a "pensarem alto", ou seja, não limitar o conhecimento do estudante.

Imagem 5: Resolução correta do aluno C16.

Fonte: Protocolo da pesquisa

Os alunos que erraram, não compreenderam ou não sabiam os conceitos abordados na questão, com isso resolveram, pegando somente os valores envolvidos e dividindo. Como mostrado na Imagem 6 a resolução do aluno C1, que errou a questão.

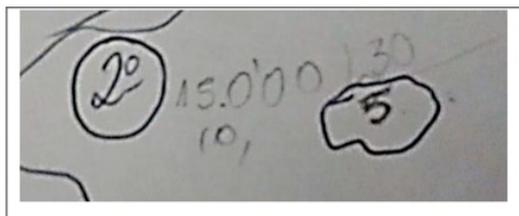



Imagem 6: Resolução incorreta do aluno C1.

Fonte: Protocolo da pesquisa

A terceira questão abordava um problema de intepretação, envolvendo potenciação simples (um valor elevado ao quadrado) e divisão (ver Anexo A). Nessa questão, somente quatro alunos conseguiram resolver corretamente, alguns erraram, pois não compreenderam o enunciado e outros deixaram em branco (ver Figura 1). Os que acertaram seguiram a mesma lógica da resolução da questão mostrada na Imagem 7, a resolução do aluno **A1,** que acertou a questão.

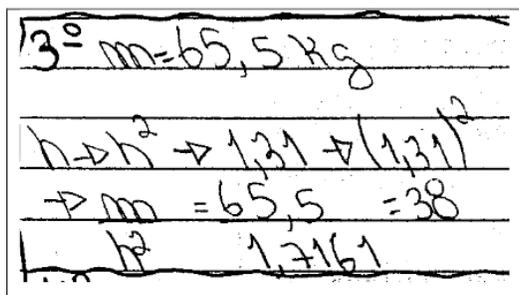



Imagem 7: Resolução correta do aluno A1.

Fonte: Protocolo da pesquisa

Os alunos que erraram, não compreenderam o enunciado ou desconhecia as unidades de medidas ou não sabiam como calcular uma potenciação, com isso, ao resolverem a questão, trocaram as informações do que era para ser dividido, como também não fazendo a sequência de cálculos que o problema pedia, como pode ser visto na Imagem 8, as resoluções incorretas dos alunos **C11** e **B4.**

Imagem 8: Resoluções incorretas dos alunos C11 e B4.

Fonte: Protocolo da pesquisa

A quarta questão (ver Anexo A) tratava de um problema de raciocínio l**ó**gico, envolvendo operações com divisão, como também cálculo mental, sendo a resposta correta a letra “e”. Nessa questão, muitos alunos, nas três turmas, conseguiram resolver, outros não. Os que acertaram, seguiram a lógica do aluno **A23,** como pode ser observado na Imagem 9.

Imagem 9: Resolução correta do aluno A23.

Fonte: Protocolo da pesquisa

Já os que erraram, podem não ter compreendido o enunciado ou não sabiam as noções de empréstimo, saldo devedor, saldo negativo e saldo positivo. Como nessa questão envolvia o alguns conceitos de matemática financeira, alguns não conseguiram compreender que a empresa pegou o empréstimo para pagar aos sócios, ou seja, que a empresa devia aos sócios e não os sócios que deviam para a empresa, como também não entenderam o valor que a empresa pegou de empréstimo seria dividido entre os cinco sócios. Veja na Imagem 10 as opções incorretas escolhidas pelos alunos **C14** e **A20.**

C14	x) É impossível realizar a divisão – 20000 por 5, uma vez que a divisão não está definida para números negativos.
A20	a) Pode-se afirmar que cada sócio deve R$ 4000,00, mas é impossível representar essa dívida utilizando sinais positivos e negativos.

Imagem 10: Resoluções incorretas dos alunos C14 e A20.

Fonte: Protocolo da pesquisa

A quinta questão também abordava um problema de divisão e interpretação (ver Anexo A) e somente seis alunos conseguiram resolver e apresentaram a mesma resolução mostrada na Imagem 11, a resolução do aluno **C24**, que acertou a questão.

Imagem 11: Resolução correta do aluno C24.

Fonte: Protocolo da pesquisa

Os alunos que erraram, podem não ter compreendido o enunciado ou por outra razão a qual desconhecemos, com isso não conseguiram resolver a questão corretamente, como pode ser visto na Imagem 12 os dados incorretos do aluno **B2**, embora o cálculo esteja correto.

Imagem 12: Resolução incorreta do aluno B2.

Fonte: Protocolo da pesquisa

6.1.1 *Correção da atividade de diagnose em sala*

Após aplicação da atividade de diagnose, foi feita a correção dela com os alunos, mostrando o que eles erraram e a resolução correta. Ainda, durante a correção, foi observado nas três turmas, bastante interação entre os alunos, relembrando o que tinham acertado, como também os erros cometidos. Vale relembrar que, no dia da aplicação da atividade de diagnose, os estudantes reclamaram que ela estava difícil, pois eles não podiam fazer o uso da calculadora.

Observando anteriormente as questões feitas por alguns estudantes, percebeu-se que eles, ao resolverem as questões de divisão, utilizaram o algoritmo da divisão, não empregando nenhuma outra estratégia de resolução. Com isso, pôde-se notar que eles conhecem o procedimento do cálculo do algoritmo da divisão, porém alguns não sabem como fazer, pois eles, no início da aplicação dessa atividade de diagnose, relataram que não sabiam, que não gostava de dividir, como também que não lembravam como dividir, confirmando o que foi dito por Mandarino (2005, p. 157), a respeito da complexidade da operação de divisão, pois esses alunos que relataram anteriormente, não aprenderam e com isso se confundem durante o desenvolvimento do cálculo. Muitos alunos têm o hábito de utilizar a calculadora e nessa atividade, eles não podiam usar, visto que o intuito era observar se eles sabiam dividir, que tipo de erros cometeram e se utilizaram alguma estratégia de resolução.

6.2 Resolução do problema proposto

No segundo momento, após a correção da atividade de diagnose, na qual relembramos o algoritmo da divisão, foi feita a aplicação de um problema (ver Apêndice A), que abordava o conteúdo de divisão, seguindo as etapas da resolução de problemas de Polya (1995). Essa atividade teve como objetivo mostrar aos alunos como resolver uma questão, seguindo as referidas etapas.

Na primeira questão, as três turmas conseguiram responder as perguntas dos itens a, b e c, em seguida, eles responderam as outras oito perguntas dos itens d, e, f, g, h, i, j e k. E nas três turmas, responderam de forma semelhante, como mostrado na Imagem 13 na resposta do aluno C25.

a) O que pede a questão?
Calcular os gastos

b) Quais itens estão envolvidos na questão?
Salario, contas, polpança e feira

c) Como você irá resolver?
Dividindo o salario por 4.

Resolução:

956 | 4
-8 | 239
15
-12
036

d) Seu salário: 956,0
e) Valor para contas: 239,00
f) Valor para poupança: 239,00
g) Valor para gasto pessoais: 239,00
h) Valor destinado a feira: 239,00
i) Verifique se fez o cálculo correto. Prova real. 239.4 = 956

j) Você seguiu todas as etapas que foram solicitadas na questão 1?(X)sim ( )não
fiz todos os calculos pedidos

k) Você modificaria ou acrescentaria alguma etapa na questão 1? Sim ou não, o que?
No momento "não" deixaria do jeito que esta.

Imagem 13: Resposta do aluno C25.

Fonte: Protocolo da pesquisa

Como foram seguidas as etapas de resolução de problemas segundo Polya (1995), os três primeiros itens “a, b e c” dizem respeitos as três primeiras etapas, que são: compreensão do problema, itens envolvidos na questão e como resolver, respectivamente. Já os itens “i e j” correspondem à quarta etapa, ou seja, o retrospecto da questão. Nesse momento, eles iriam observar se fizeram a divisão correta, e se seguiram as etapas anteriores corretamente.

A segunda questão abordava um problema relacionado ao valor que seria destinado a feira, para isso, os alunos usariam um quadro com os preços dos alimentos, dos produtos de limpeza e de higiene. Eles ficaram livres para fazer a feira do jeito que quisessem, não se prendendo ao valor que foi destinado a feira. Antes de fazer os cálculos, seria necessário responder as três primeiras perguntas dos itens “a, b e c”. E nas três turmas, os alunos

conseguiram responder de forma semelhante, conforme pode ser visto nas respostas do aluno B22 na Imagem 14.

a) O que pede a questão?
Saber qual é o gasto da feira.

b) Quais itens estão envolvidos na questão?
Os preços dos produtos

c) Como você irá resolver?
Somando todos os produtos da feira.

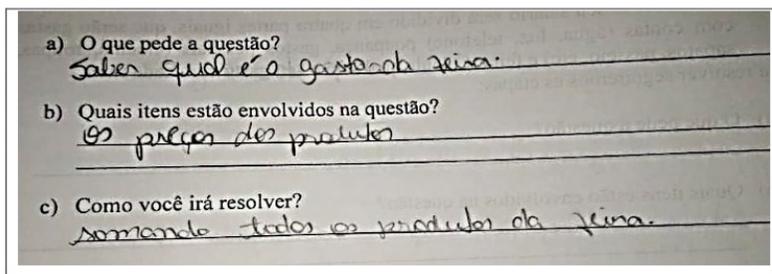



Imagem 14: Resposta do aluno B22.

Fonte: Protocolo da pesquisa

Em seguida, os alunos responderam as seis perguntas dos itens d, e, f, g, h e i. Nesta questão, cada um fez a feira da forma que queria, dando respostas diferentes quanto ao valor gasto nas compras. Alguns alunos conseguiram fazer a feira com o valor destinado inicialmente para este fim, já para outros, não foi suficiente. No momento em que escolhiam os produtos que queriam comprar, perceberam como era administrar o dinheiro de forma que conseguissem comprar todos os itens necessários. Assim, eles notaram a presença da Matemática no cotidiano, e com isso, eles aprenderam noção de como administrar dinheiro e a importância da Matemática, como confirmam Onuchic e Allevato (2011), no que diz a escolha do problema para construir um conceito. Os itens d, e, f estavam relacionados ao valor que possuíam para fazer a feira, quanto gastaram nas compras e se o dinheiro foi suficiente. Já os demais itens verificavam o cálculo feito e as etapas usadas. Como mostrado nas respostas dos alunos **A30** na Imagem 15 e **B22** na Imagem 16.

Os itens “g e h” estavam relacionados a quarta etapa da resolução de problemas, ou seja, o retrospecto da questão. Nesse momento, eles iriam observar se fizeram a soma corretamente dos produtos que foram selecionados, e se seguiram as etapas anteriores corretamente. Vejam as respostas dos alunos **A30**, na Imagem 15 e **B22**, na Imagem 16.

Resolução:

d) Qual o valor destinado a feira? R$239,00

e) Quanto você gastou com a sua feira? 345,05

f) A quantia que foi destinada para a feira foi suficiente?

g) ( ) Sim

h) (x) Não, qual foi a diferença entre o que foi gasto e o valor que você tinha reservado? 106,05

i) Verifique se fez o cálculo correto. Prova real.

j) Você seguiu todas as etapas que foram solicitadas na questão 1?(x)sim ( )não

k) Você modificaria ou acrescentaria alguma etapa na questão 1? Sim ou não, o que?
Não.

Imagem 15: Resposta do aluno A30.

Fonte: Protocolo da pesquisa

Resolução:

d) Qual o valor destinado a feira? 239 Reais

e) Quanto você gastou com a sua feira? 165,68

f) A quantia que foi destinada para a feira foi suficiente?

(x) Sim

( ) Não, qual foi a diferença entre o que foi gasto e o valor que você tinha reservado? ______

g) Verifique se fez o cálculo correto. Prova real.

h) Você seguiu todas as etapas que foram solicitadas na questão 1?(x)sim ( )não

i) Você modificaria ou acrescentaria alguma etapa na questão 1? Sim ou não, o que?

não.

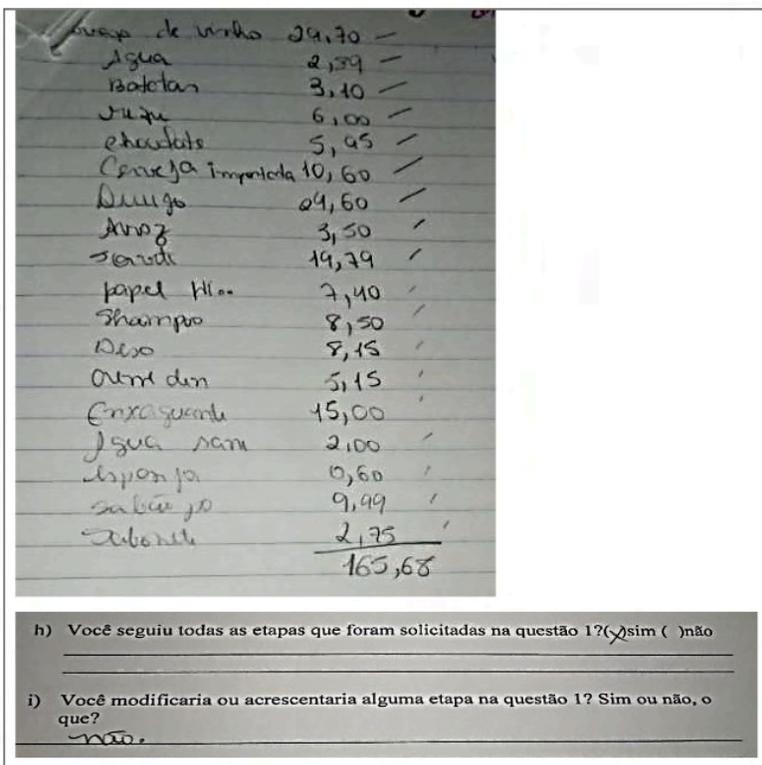



Imagem 16: Resposta do aluno B22.

Fonte: Protocolo da pesquisa

Na terceira questão, foi indagado para os alunos se a divisão do salário em quatro partes iguais, tinha sido satisfatória, alguns disseram que sim e outros disseram não. Os que responderam não, foram justamente aqueles que o valor destinado a feira, não foi suficiente para pagá-la, como podemos observar nas respostas dos alunos **A30** e **C20**.

A30: *Não, porque eu iria tirar uma média de quanto dinheiro é suficiente para cada coisa e não dividiria em 4 parte iguais porque não vai ser aquela quantidade que irei gastar com cada coisa, já que em umas vai faltar dinheiro e em outro vai sobrar.*

C20: *É satisfatória essa maneira para ter o controle sobre seus gastos e comprar apenas o necessário.*

No momento em que, eles estavam resolvendo essa atividade, alguns alunos relataram que: *quando eu tiver um salário vou organizar desse jeito*; *difícil mexer com dinheiro*; *não vou morar sozinho*. Foi possível observar que ao trazer esse tipo de problema para a sala de aula, eles conseguem ter uma noção da Matemática na vida deles, na qual, manusear e organizar gastos é necessário fazer cálculos, racionando a melhor maneira de empregar o salário, como explica Polya (1985) quando afirma que o problema deve ter sentido para o aluno.

7 I CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse estudo sobre Resolução de Problemas abordando a operação de divisão, mostrou-se uma boa estratégia de ensino que pode ser utilizado em sala de aula, já que ajuda o aluno a entender o que a questão pede, levando-o a construção do conhecimento. Esse estudo foi satisfatório e podemos observar isso nos resultados apresentados anteriormente no questionário de verificação, no qual os alunos relataram que foi uma aula dinâmica, que aprenderam o algoritmo da divisão, como também gostaram de resolver as questões seguindo as etapas, pois os ajudaram a ter uma melhor compreensão do problema.

A partir da vivencia do problema, os alunos perceberam a importância da Matemática no cotidiano, alguns no momento da aplicação da atividade se divertiram, relatando que é difícil trabalhar com o dinheiro, que iriam passar fome por conta da quantidade do que foi destinado a feira. Outros relataram que gostaram da divisão que foi feita e que quando tiverem um salário, vão organizar da maneira que foi feita na atividade.

O objetivo desse trabalho foi alcançado, tendo em vista que a resolução de problemas ajudou na redução das dificuldades dos alunos e nos conteúdos que envolvem divisão. Foi observado que eles conseguiram seguir as etapas da atividade antes de fazer o cálculo e que desenvolveram corretamente o algoritmo da divisão. Alguns alunos sabiam dividir, outros não lembravam e outros não sabiam, a partir da vivência desse estudo eles aprenderam, pois, ao utilizar as etapas de resolução, ficou claro para o aluno o que a questão queria, facilitando no desenvolvimento do cálculo.

Esse estudo contribuiu, em dois sentidos: primeiro, que a divisão pode ser ensinada também no Ensino Médio, embora já tenha sido vista no fundamental anos iniciais, pois são noções básicas para se viver em sociedade, como Ferreira (2013, p. 16) explica a importância de saber as quatro operações. Como também qualquer conceito pode ser ensinado em qualquer etapa posterior, sobretudo quando vem à tona as dificuldades dos próprios estudantes e a sua relevância. Segundo, como utilizar a resolução de problemas durante a explicação de uma questão, para que o aluno consiga resolver, entendendo o que pede a questão, o que está envolvido na questão e como resolver, que são as etapas segundo Polya (1995).

Portanto, é possível ensinar a Matemática de um jeito diferente, seja na apresentação do conteúdo, ou numa questão que instigue o aluno a raciocinar, ou numa questão que envolva a realidade, ajudando e motivando o aluno a construir um conhecimento, intenção já refletida por Santos, França e Santos (2007, p. 9) ao destacar que, “o professor tem um papel importante em ajudar os alunos a gostarem de Matemática”.

A partir de tudo que foi vivenciado, deixa-se como sugestão para trabalhos futuros, desenvolver esse estudo com os alunos do ensino fundamental, como também uma pesquisa qualiquantitativa. Nessa perspectiva, fica a critério de novos pesquisadores

utilizarem ainda, a resolução de problemas com outros conteúdos de Matemática.

REFERÊNCIAS

BRASIL, **Base Nacional Comum Curricular (BNCC).** Educação é a base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2018 Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf Acesso em: 24 abril. 2021.

BRASIL, SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemáticas (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental). Brasília:SEF/MEC,1998.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 12. ed. São Paulo: Ática, 2007.

FEITOSA, A. Y. S., NUNES, J. A. **Aprendizagem: as dificuldades em foco.** REALIZE Editora, Campina Grande, 2012.

FERREIRA, C. V. **Um estudo sobre as dificuldades dos alunos de 7º ano para compreender as quatro operações.** Monografia (Especialização nos Pós Graduação em Ensino de Ciências). Modalidade de Ensino a Distância, Universidade Tecnológica Federal do Paraná- Campus Medianeira, 2013.

FLEMMING, D.M; LUZ, E.F; MELLO, A.C.C. **Tendências em Educação Matemática:** Livro didático. 2. ed. - Palhoça: Unisul Virtual, 2005.

MANDARINO, M. C. F. **Números naturais:** conteúdo e forma. Rio de Janeiro. Ministério da Educação: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2005.

MOL, R. S. **Introdução à História da Matemática.** CAED-UFMG, Belo Horizonte, 2013.

NOGUEIRA, C. M. I. **Pesquisas atuais sobre a construção do conceito de número: para além de Piaget?** Educar em Revista, Curitiba, Brasil, n. Especial 1/2011, p. 109-124, 2011.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

ONUCHIC, L. De La R. **Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas.** p. 199-218.In: Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: editora UNESP, 1999.

ONUCHIC, L. R., ALLEVATO, N. S. G.. **Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas.** Bolema, Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.

ORRANTÍA, J. **Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva evolutiva**. Psicopedagogía, v. 23, n. 71, p. 158-180, 2006.

PERNAMBUCO, Secretaria de Educação. Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco. Recife: SEE, 2012.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas:** um novo aspecto metodológico. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo.-2 reimpr. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

POLYA, G. **O ensino por meio de problemas.** Universidade Castelo Branco. Revista Professor 07,1985.

ROQUE, T. **História da matemática:** uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar,2012.

SANTOS, J. A. FRANÇA, K. V. DOS SANTOS, L. S. B. **Dificuldades na Aprendizagem de Matemática.** Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Matemática). Centro Universitário Adventista de São Paulo, 2007.

SILVA, M. V. **As dificuldades de aprendizagem da matemática e sua relação com a matofobia.** Monografia (Especialização Fundamentos da Educação: Práticas Pedagógicas Interdisciplinares). Universidade Estadual da Paraíba, Princesa Isabel, 2014.

SILVEIRA, D. T., CÓRDOVA, F. P. **A pesquisa científica.** Série Educação a Distância: métodos de pesquisa. Universidade Federal do Rio Grande do Sul- Rio Grande do Sul. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

ZATTI, F. AGRANIONIH, N. T. ENRICONE, J. R. B. **Aprendizagem matemática:** desvendando dificuldades de cálculo dos alunos. Perspectiva, Erechim. v.34, n.128, p. 115-132, dezembro/2010.

ANEXO A - ATIVIDADE DE DIAGNOSE

Aluno(a):____ Turma:_______

Atividade de Diagnose

1. Resolva as questões abaixo:

a) 480×94=
b) 896×3=
c) 78,9÷6=
d) 56364÷42=

2. (SILVA, 2018) Certa máquina copiadora faz, no máximo, 30 cópias por minuto. Essa máquina só pode funcionar, no máximo, duas horas por dia. Para essa máquina fazer 15.000 cópias, são necessários pelo menos 4 dias; b) 5 dias; c) 6 dias; d) 7 dias; e) 8 dias.

3. (SILVA, 2018) Sebastião calculou o índice de massa corporal de seu filho da seguinte maneira: dividiu a massa do garoto, em quilogramas, pelo quadrado da altura e comparou o valor obtido com os disponíveis na tabela abaixo. Sabendo que o filho de Sebastião possui 1,31 m de altura e 65,5 kg, sua classificação é de:

IMC	Classificação
< 16	Magreza grave
16 a < 17	Magreza moderada
17 a < 18,5	Magreza leve
18,5 a < 25	Saudável
25 a < 30	Sobrepeso
30 a < 35	Obesidade Grau I
35 a < 40	Obesidade Grau II (severa)
> 40	Obesidade Grau III (mórbida)

a) Obesidade severa
b) Obesidade mórbida
c) Obesidade
d) Sobrepeso
e) Saudável

4. (SILVA, 2018) Uma empresa solicitou a um banco um empréstimo no valor de R$ 20.000,00. Sabendo que essa empresa possui 5 sócios e que eles participam igualmente tanto dos lucros quanto dos prejuízos da empresa, assinale a alternativa correta:

a) Pode-se afirmar que cada sócio deve R$ 4000,00, mas é impossível representar essa dívida utilizando sinais positivos e negativos.
b) Como a participação de cada sócio é igual, pode-se dizer que o saldo de cada um deles na empresa é de + 4.000.
c) Como a participação de cada sócio é igual, pode-se dizer que o saldo de cada um deles na empresa é de – 20000.
d) É impossível realizar a divisão – 20000 por 5, uma vez que a divisão não está definida para números negativos.
e) O empréstimo, dividido igualmente para os sócios dessa empresa, é representado por – 4000.

5. (SILVA, 2018) Joaquim comprou uma televisão nova parcelada em 12 vezes sem juros. Ficando desempregado, seu irmão comprometeu-se a ajudar e pagar metade do valor das parcelas do objeto. Sabendo que o valor da televisão é R$ 1500,00, quanto Joaquim paga por mês?

APÊNDICE A - PROBLEMA PROPOSTO

Conteúdo: Divisão

Eixo: Números e operações

Descritores: Compreender os algoritmos formais das operações aritméticas e realizar cálculos com esses algoritmos.

Aluno:____Turma:_______

1. Você vai morar sozinho e com o seu trabalho você recebe um salário mínimo R$956,00. O seu salário será dividido em quatro partes iguais, que serão gastas com contas (água, luz, telefone) poupança, gastos pessoais (cinema, roupas, sapatos, passeio, etc.) e feira. Calcule qual será o seu gasto com cada item.

Para resolver seguiremos as etapas:

a) O que pede a questão?

b) Quais itens estão envolvidos na questão?

c) Como você irá resolver?

Resolução:

d) Seu salário:___________

e) Valor para contas:__________

f) Valor para poupança: __________

g) Valor para gasto pessoais: ________

h) Valor destinado a feira:____________

i) Verifique se fez o cálculo correto. Prova real.

j) Você seguiu todas as etapas que foram solicitadas na questão 1? ( )sim ( ) não

k) Você modificaria ou acrescentaria alguma etapa na questão 1? Sim ou não, o que?

2- O quadro a seguir tem os preços dos produtos do supermercado. Com o valor que foi destinado a feira, calcule qual será o seu gasto com feira.

a) O que pede a questão?

b) Quais itens estão envolvidos na questão?

c) Como você irá resolver?

Preços dos alimentos

Produto	Real (R$)	Produto	Real (R$)
Cerveja importada (330 ml)	R$10,60	Laranjas (1 kg)	R$3,30
Cerveja nacional (0,5 litros)	R$4,60	Bananas (1kg)	R$3,80
Garrafa de vinho (qualidade média)	R$29,70	Maçãs (1 kg)	R$5,50
Água (garrafa de 1,5 litros)	R$2,89	Peito de frango (1 kg)	R$11,30
Alface (1 unidade)	R$2,42	Queijo fresco (1 kg)	R$24,60
Cebolas (1kg)	R$3,10	Uma dúzia de ovos	R$5,80
Batatas (1 kg)	R$3,10	Arroz (1 kg)	R$3,50
Tomates (1 kg)	R$4,60	Um quilo de pão (1 kg)	R$5,50
Refrigerante (2 litros)	R$6,00	Leite (1 litro)	R$3,00
Biscoito recheado	R$1,70	Sorvete	R$19,79
Chocolate	R$5,95	Açúcar	R$1,85

Preços dos produtos de limpeza e higiene

Produto	Real (R$)	Produto	Real (R$)
Desinfetante 1 litro	R$ 4,50	Sabonete	R$2,75
Papel higiênico (4 rolos)	R$ 7,40	Shampoo	R$8,50
Água sanitária 1 litro	R$ 2,00	Desodorante	R$8,15
Esponja	R$0,60	Creme dental (90g)	R$5,15
Detergente	R$1,40	Enxaguante bucal	R$15,00
Sabão pó 1kg	R$9,99		
Amaciante (1 litros)	R$5,00		

Resolução:

d) Qual o valor destinado a feira? _______________________

e) Quanto você gastou com a sua feira? ________________

f) A quantia que foi destinada para a feira foi suficiente?

( ) Sim

( ) Não, qual foi a diferença entre o que foi gasto e o valor que você tinha reservado? ______

g) Verifique se fez o cálculo correto. Prova real.

h) Você seguiu todas as etapas que foram solicitadas na questão 2? ( )sim ( )não

i) Você modificaria ou acrescentaria alguma etapa na questão 2? Sim ou não, o que?

3. Você considera satisfatória essa divisão do salário em quatro partes, que foi destinado às contas, poupança, gasto pessoais e feira? Se sim, por que? Ou se não, por que e de que forma você faria?

CAPÍTULO 16

A IMPORTÂNCIA DA MATEMÁTICA NA AULA DE FÍSICA

Data de aceite: 01/08/2022

Niomar Bolano Jalhium
Centro Paula Sousa/Ipaussu, Professor do Ensino Médio e Técnico
http://lattes.cnpq.br/7051604831292370

Rogério Falasca Alexandrino
Centro Paula Sousa/Barra Bonita, Professor do Ensino Médio e Técnico
http://lattes.cnpq.br/2345929648134479

Fernanda Cátia Bozelli
UNESP/Faculdade de Engenharia/ Departamento de Física e Química
http://lattes.cnpq.br/18374019491992

RESUMO: O artigo trata da importância da utilização da linguagem e conteúdo matemáticos no ensino da Física no Ensino Médio e Técnico. Nos PCNEM, a maioria dos conteúdos de Física necessita do raciocíno lógico para seu entendimento, bem comoda forma como se ensina e se utiliza da linguagem Matemática. Os autores relacionados consideram o domínio de conhecimentos específicos de Matemática e práticas docentes diferenciadas como elementos relevantes parao sucesso da aprendizagem. Dai a necessidade de umtrabalho interdisciplinar com a Matemática na construção do conhecimento físico. Há uma estrutura de pre-requisitos que faz com que os conteúdos dessas disciplinas se articulem. Sem essa articulação a Física torna-se um quebra cabeça de difícil solução.
PALAVRAS-CHAVE: Aprendizagem; Interdisciplinaridade; Práticas.

ABSTRACT: The article deals with the importance of using mathematical language and content in the teaching of Physics in High School and Technical Education. In PCNEM, most Physics content needs logical reasoning for its understanding, as well as the way in which Mathematics is taught and used. Related authors consider the domain of specific knowledge of Mathematics and differentiated teaching practices as relevant elements for successful learning. Hence the need for an interdisciplinary work with Mathematics in the construction of physical knowledge. There is a prerequisite structure that makes the contents of these disciplines articulate. Without this articulation, Physics becomes a difficult puzzle to solve.
KEYWORDS: Learning; Interdisciplinarity; Practices.

INTRODUÇÃO

As utilizações das ferramentas matemáticas nas aulas de Física são de extrema importância para se trabalhar com essa Ciência, uma vez que auxilia na estruturação do pensamento. Mesmo tendo a Matemática como uma linguagem estruturante da Ciência, esta quando estruturada no raciocínio matemático escolar para a compreensão dos fenômenos físicos mostra-se como sendo um obstáculo epistemológico. Percebe-se uma enorme

carência nos fundamentos matemáticos, de conhecimentos básicos, tais como, divisão, fração, regra de três, equações, funções, leitura e interpretação de gráfico, pelos alunos na transposição do fenômeno físico para a linguagem matemática. Segundo o Parâmetro Curricular Nacional do Ensino Médio (PCNEM), a maioria dos conteúdos da disciplina de Física, prevista para ser ensinada no Ensino Médio, necessita do desenvolvimento do raciocínio lógico para o seu entendimento, bem como na forma como se ensina e se utiliza da linguagem matemática.

> Cabe lembrar aqui o papel fundamental da Matemática na construção do conhecimento físico e as práticas comuns da escola em relação às dificuldades dos alunos. Observa-se que em muitos casos se diz que o fracasso na aprendizagem da Física é atribuído à falta de conhecimento em Matemática. Essa visão é parcial, pois há dificuldades inerentes à própria Física que acabam maquiadas, como os conhecimentos prévios dos alunos, que são difíceis de serem trabalhados pelo professor. Além disso, se o aluno não dispõe de determinado instrumento matemático para compreender a Física, ele deverá ser ensinado. Esse problema deve ser resolvido pela escola com a colaboração dos professores das diversas disciplinas e jamais ser considerado como exclusivo da tarefa específica do ensino de Física. Outro equívoco que reforça a falsa dissociação da Matemática na estruturação do conhecimento físico é a forma como se ensina. Na prática, é comum a resolução de problemas utilizando expressões matemáticas dos princípios físicos, sem argumentos que as relacionem aos fenômenos físicos e ao modelo utilizado. Isso se deve em parte ao fato já mencionado de que esses problemas são de tal modo idealizados que podem ser resolvidos com a mera aplicação de fórmulas, bastando ao aluno saber qual expressão usar e substituir os dados presentes no enunciado do problema. Essas práticas não asseguram a competência investigativa, visto que não promovem a reflexão e a construção do conhecimento. Ou seja, dessa forma ensina-se mal e aprende-se pior. (BRASIL, 2006, p. 54)

E, conforme Pietrocola (2002) há uma estrutura de pré-requisitos que faz com que os conteúdos presentes nas disciplinas se articulem, e caso não ocorra essa articulação a Física se torna um quebra-cabeça de difícil solução para os alunos. O autor ainda ressalta que, os professores de Física gostariam que seus alunos chegassem ao Ensino Médio com os pré-requisitos matemáticos completos. Mas admitir que o problema de aprendizado da Física se remete a falta de domínio da Matemática é uma visão um tanto quanto ingênua, como ressalta o próprio PCNEM (BRASIL, 2006). Pietrocola (2002), também destaca que esta questão, quando avaliada no contexto científico, há necessidade de aprofundar uma análise estrutural do conhecimento físico, para melhor avaliar a linguagem matemática no seu ensino. O fato de atribuir a Matemática como um instrumento da Física é incoerente com a tradição empírico-realista e recebe a ideia espontânea que se tem da linguagem, e a linguagem está ligada com os códigos que apresentamos na comunicação, sendo que a linguagem matemática exprime como os produtos da Física são apresentados como, por exemplo, símbolos, gráficos, equações, ângulos. Ou seja, a matemática, enquanto linguagem empresta sua estruturação para compor os modelos físicos sobre o mundo

(PIETROCOLA, 2002). Sendo assim, é por meio da linguagem matemática e de todas as suas regras que as teorias científicas podem representar uma leitura do mundo, ou seja, toda teoria científica é um conjunto de conceitos, cuja estruturação é acima de tudo Matemática. Contudo, como essa articulação entre a linguagem matemática e a Física podem se dar, de forma a promover uma aprendizagem significativa, em que o aluno perceba a relação entre tais conhecimentose de forma menos traumática e mais estruturante como a Ciência deve ser concebida. Nesse sentido, este trabalho procurou, por meio de uma atividade com alunos do segundo ano do Ensino Médio integrado ao Ensino Técnico em Informática, que apresentassem seminários sobre o tema Calorimetria, conteúdo visto na seriação, em que seria analisado como estes estavam avaliando, ou melhor, percebendo a presença da Matemática na estruturação da explicação do fenômeno físico envolvido na Calorimetria.

DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE DE SEMINÁRIO SOBRE O CONTEÚDO DE CALORIMETRIA: ANÁLISE E DISCUSSÃO

A atividade de ensino de Calorimentria por meio do uso de seminários foi desenvolvida com 40 alunos do segundo ano do Ensino Médio Integrado a Informática de uma Escola Técnica do Centro Paula Souza. Os alunos foram divididos em grupos de 4 alunos formando um total de 10 grupos. Cada grupo teve que organizar um seminário utilizando slides, podendo fazer uso de vídeos, livros, etc. Cada grupo teve um tempo de 20 minutos para a apresentação. Além do seminário, os alunos também entregaram um trabalho escrito sobre o tema. Cabe destacar que este conteúdo não havia sido trabalhado com os alunos, de forma que o uso de seminários foi pensando como forma de iniciar o ensino do conteúdo e, ao mesmo tempo, verificar as dificuldades de explicação e compreensão do conhecimento envolvido. Entre as dificuldades, avaliar como a Matemática se mostrava como obstáculo na leitura do fenômeno físico envolvido. A seguir, na figura, é apresentado um dos slides que ilustra como os alunos trouxeram a Matemática em suas apresentações.

Figura: Slide que ilustra como os alunos trouxeram a Matemática em suas apresentações

Fonte: Autor (2019)

Pode-se verificar pelo slide que o aluno apresenta a Matemática na Física como estando presente no que tradicionalmente chamamos de "fórmula". Pode-se ver também que a Matemática aparece sob a forma de gráfico e tabelas que envolvem números com decimais, etc. Ao terem que explicar fazem apenas uma leitura das grandezas físicas como sendo leitura sob a forma como está representado. Ao serem abordados pela professora, que indaga o significado de cada variável, os alunos sentem dificuldades em reconhecer o significado de cada uma, omitindo o sinal da operação matemática envolvida, por exemplo, o sinal de multiplpicação. Falam como "É isso aí que está na fórmula". A professora indaga sobre como os alunos fariam para saber uma determinada grandeza específica na fórmula, o que requereria do aluno a explicação do uso de conhecimentos de equações algébricas para a solução. Na leitura de gráficos os alunos partem de uma explicação que em primeiro momento é extremamente visual e não conceitual, ou seja, ao verem uma reta que está "subindo" relacionam com a temperatura estar aumentando. Mas não conseguem explicar o que ocorre com o gelo na medida em que a temperatura está aumentando. Ou seja, há uma dificuldade na estrutração das duas linguagens envolvidas.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Foi possível verificar que o desafio do professor vai além do domínio do conhecimento de sua área de atuação, e que mais do que ensinar o conteúdo específico é preciso muita paciência e ao mesmo tempo uma percepção cuidadosa dos obstáculos que estão diante da aprendizagem dos alunos. A estruturação dos conhecimentos em linguagens se torna também um obstáculo para o professor na medida em que este precisa estar lendo a Matemática da forma correta $Q=m.c.\Delta t$, pois ao ler "**Q ma ce t**", o professor está omitindo a construção de sentidos e significados matemáticos reforçando memorizações. Como dizia Freire (1996) o professor também precisa repensar a sua prática. Nesse sentido, na atividade desenvolvida o professor precisou não somente acompanhar o processo de aprendizagem dos alunos em relação ao uso da Matemática na explicação da Física, mas também como estava mediando essa articulação. O que mais chamou a atenção dos alunos após a utilização dos conteúdos matemáticos, na Física, ao fazerem a análise dos gráficos e equações referente ao diagrama de estado da água, os alunos leram e interpretaram os gráficos e equações, ampliaram e compreenderam a contribuição da linguagem matemática para solucionar os conteúdos de física, permitindo um aprendizado de maneira correta.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Secretaria de Educação Básica. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006. 135 p. (Orientações curriculares para o ensino médio; volume 2)

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia:** Saberes necessários à pratica educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996. 144 p.

PIETROCOLA, Maurício. A Matemática como estruturante do conhecimento Físico. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 19, n. 1, p.89-109, ago. 2002.

SOBRE O ORGANIZADOR

AMÉRICO JUNIOR NUNES DA SILVA - Professor do Departamento de Educação da Universidade do Estado da Bahia (Uneb - Campus VII) e docente permanente do Programa de Pós-Graduação em Educação, Cultura e Territórios Semiáridos - PPGESA (Uneb - Campus III). Doutor em Educação pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), Mestre em Educação pela Universidade de Brasília (UnB), Especialista em Psicopedagogia Institucional e Clínica pela Faculdade Regional de Filosofia, Ciências e Letras de Candeias (IESCFAC), Especialista em Educação Matemática e Licenciado em Matemática pelo Centro de Ensino Superior do Vale do São Francisco (CESVASF). Foi professor e diretor escolar na Educação Básica. Coordenou o curso de Licenciatura em Matemática e o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid) no Campus IX da Uneb. Foi coordenador adjunto, no estado da Bahia, dos programas Pró-Letramento e PNAIC (Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa). Participou, como formador, do PNAIC/UFSCar, ocorrido no Estado de São Paulo. Pesquisa na área de formação de professores que ensinam Matemática, Ludicidade e Narrativas. Integra o Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (CNPq/UFSCar), na condição de pesquisador, o Grupo Educação, Desenvolvimento e Profissionalização do Educador (CNPq/PPGESA-Uneb), na condição de vice-líder e o Laboratório de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (CNPq/LEPEM-Uneb) na condição de líder. É editor-chefe da Revista Baiana de Educação Matemática (RBEM) e da Revista Multidisciplinar do Núcleo de Pesquisa e Extensão (RevNUPE); e coordenador do Encontro de Ludicidade e Educação Matemática (ELEM).

ÍNDICE REMISSIVO

A

C

D

E

F

G

H

I

L

M

O

P

R

S

T

www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br
@atenaeditora
www.facebook.com/atenaeditora.com.br

Investigação científica em *matemática* e suas aplicações 2

Ano 2022

www.atenaeditora.com.br
contato@atenaeditora.com.br
@atenaeditora
www.facebook.com/atenaeditora.com.br

Investigação científica em *matemática* e suas aplicações 2

Ano 2022